УДК 681.5.013

МЕТОД СИНТЕЗА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ С ДВУМЯ РЕГУЛЯТОРАМИ

Ткачев Р.Ю., Дрючин В.Г.

Донбасский государственный технический университет,
Алчевск, Украина

Рассматривается задача синтеза системы управления с двумя регулятором в прямом канале и канале обратной связи из условий обеспечения наперед заданного качества регулирования, при отработке как задающего так и возмущающего воздействий. Приведены условия физической реализуемости синтезированных регуляторов, позволяющие выполнить их реализацию на базе интегрирующих фильтров.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: управление, задача синтеза, обратная связь, регулятор, интегрирующие фильтры.

МЕТОД СИНТЕЗУ СИСТЕМ УПРАВЛІННЯ З ДВОМА РЕГУЛЯТОРАМИ

Ткачов Р.Ю., Дрючин В.Г.

Розглядається задача синтезу системи управління з двома регуляторами в прямому каналі і каналі зворотного зв'язку з умов забезпечення наперед заданої якості регулювання, при відпрацюванні впливів які є як заданими, так і збуреннями. Наведено умови фізичної реалізованості синтезованих регуляторів, які дозволяють виконати їх реалізацію на базі інтегруючих фільтрів.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: управління, задача синтезу, зворотній зв'язок, регулятор, що інтегрують фільтри.

METHODS OF SYNTHESIS OF CONTROL SYSTEMS WITH TWO REGULATORS

Tkachev R.Yu., Dryuchin V.G.

The problem of synthesis of a control system with two regulators in the direct and feedback channels from the provision conditions of preassigned quality of regulation. The influences are considered determined as well as perturbations. The conditions of physical realizability of the synthesized regulators that let their implementation on the basis of integrating filters are given.

KEY WORDS: control, synthesis problem, feedback control, integrating filter.

1. Актуальность. Построение систем управления, удовлетворяющих заданным качественным показателям, являются одной из основных проблем, решаемых при синтезе современных систем управления. Обычно построение регуляторов осуществляется с использованием информации обо всех фазовых координатах объекта [1]. В тех случаях, когда изменение всех фазовых координат невозможно, построение регулятора систем осуществляется на базе интегрирующего фильтра, выполненного на первом уровне системы [2]. Известны решения данной задачи лишь при условии, что априори задана либо передаточная функция регулятора в прямом канале, либо передаточная функция в цепи обратной связи [3,4]. При этом следует отметить, что качественные показатели (траектория, время движения) при синтезе регулятора задаются по желаемой траектории движения системы по заданию. Качественные показатели по возмущению не задаются, а получаются при синтезе регулятора по заданию, что не всегда удовлетворяет качественным показателям отработки возмущений.

2. Постановка задачи. В связи с вышеизложенным поставим задачу синтеза регулятора в прямом канале системы и канале обратной связи из условий обеспечения наперед заданного качества регулирования, при отработке задающего и возмущающего воздействий (рис.1).

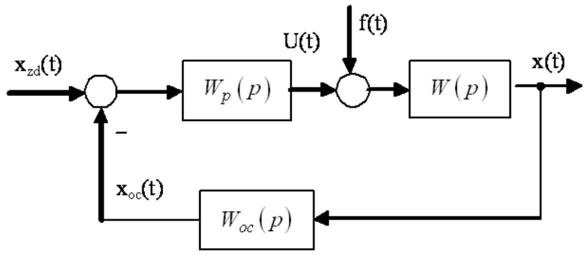

Рис. 1. Структура системы с двумя регуляторами.

Рассмотрим далее метод синтеза при условии, что ни структура, ни параметры обоих регуляторов (рис.1) изначально неизвестны.

3. Решение задачи. Пусть объект регулирования описывается дифференциальным уравнением вида

$$\left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right) x = \left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) u, \ \nu \le \lambda , \qquad (1)$$

где x – выходная координата объекта без учета возмущений, действующих на объект; u – управление (выходная координата регулятора в прямом канале); $p = \frac{d}{dt}$ – оператор дифференцирования; a_i, b_i – постоянные коэффициенты.

Возмущения, действующие на объект, приведем к выходу, т.е.

$$x \pm f = y , \qquad (2)$$

где f – эквивалентное возмущение, действующее на выход объекта; y – выходная координата объекта.

Управление, действующее на объект, формируется в соответствии выражением:

$$\left[y_{zd} - yW_{oc}(p)\right] W_p(p) = u , \qquad (3)$$

где y_{zd} – задающее воздействие; $W_{oc}(p)$ – передаточная функция регулятора в канале обратной связи (математическое описание звена обратной связи); $W_p(p)$ – передаточная функция регулятора в прямом канале.

Требуемые качественные показатели системы по заданию и возмущению можно однозначно задать желаемыми дифференциальными уравнениями соответственно

$$\left(\sum_{i=0}^{n} \gamma_i p^i\right) x^* = \left(\sum_{j=1}^{\alpha} \gamma_j p^{j-1}\right) x_z , \qquad (4)$$

$$\left(\sum_{k=0}^{m} \beta_k p^k\right) x^* = \left(\sum_{l=1}^{m} \beta_l p^l\right) f , \qquad (5)$$

где x^* – выходная координата системы управления, обладающая заданными качественными показателями по заданию и возмущению соответственно; γ_i – коэффициенты, определяющие желаемое движение системы по заданию; n и α – соответственно порядок и астатизм системы по заданию; β_k – коэффициенты, определяющие желаемое движение системы по возмущению; m, l – соответственно порядок и минимальный астатизм системы по возмущению.

Из (1)–(3), полагая f = 0, получим уравнение движения замкнутой системы по заданию

$$\left[\left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right) + \left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) W_{oc}(p) W_p(p)\right] x = \left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) W_p(p) x_z, \qquad (6)$$

Если в (1), (2), и (3) положить $x_з = 0$, то получим уравнение движения замкнутой системы по возмущению:

$$\left[\left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right) + \left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) W_{oc}(p) W_p(p)\right] x = \left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right) f. \qquad (7)$$

Решая совместно (4), (5), (6), и (7), получим дифференциальные уравнения регулятора в прямом канале и регулятора в канале обратной связи соответственно:

$$\left(\sum_{i=0}^{n} \gamma_i p^i\right)\left(\sum_{l=1}^{m} \beta_l p^l\right)\left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) u = \left(\sum_{j=1}^{\alpha} \gamma_j p^{j-1}\right)\left(\sum_{k=0}^{m} \beta_k p^k\right)\left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right)(x_z - x_{oc}), \qquad (8)$$

$$\left(\sum_{j=1}^{\alpha} \gamma_j p^{j-1}\right)\left(\sum_{k=0}^{m} \beta_k p^k\right) x_{oc} = \left(\sum_{i=0}^{n} \gamma_i p^i\right)\left(\sum_{l=1}^{m} \beta_l p^l\right) x. \qquad (9)$$

Анализ (8) и (9) позволяет определить условия физической реализуемости регуляторов в прямом канале и канале обратной связи соответственно:

$$n \ge \lambda - \nu + (\alpha - 1), \qquad (10)$$

$$m \ge n + i - \alpha . \qquad (11)$$

При необходимости построения системы управления с одним регулятором в прямом канале (канал обратной связи – единичная обратная связь), его дифференциальное уравнение, решая совместно (8) и (9), имеет вид

$$\left(\sum_{k=0}^{m} \beta_k p^k\right)\left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right) u = \left(\sum_{l=1}^{\pi} \beta_l p^{l-1}\right)\left(\sum_{i=0}^{\lambda} a_i p^i\right)(x_z^* - x), \qquad (12)$$

где x_z^* – выходная координата фильтра на входе системы управления.

Дифференциальное уравнение фильтра на входе системы, в соответствии с (9), определяется

$$\left(\sum_{i=0}^{n} \gamma_i p^i\right)\left(\sum_{l=1}^{m} \beta_l p^l\right) x_z^* = \left(\sum_{i=0}^{\nu} b_i p^i\right)\left(\sum_{j=1}^{\alpha} \gamma_j p^{j-1}\right) x_z \qquad (13)$$

Условия физической реализуемости звеньев (12), (13) определяются соответственно выражениями

$$m \ge \lambda - \nu + (\pi - 1), \qquad (14)$$

$$n \ge m + \alpha - \pi . \qquad (15)$$

Приведенные выше выражения позволяют определить вид и параметры регуляторов в прямом канале и канале обратной связи (регулятора в прямом канале и фильтра на входе), которые обеспечивают заданные качественные показатели системы по задающему и возмущающему воздействиям.

4. Реализация регуляторов. Реализацию полученных регуляторов возможно на базе интегрирующих фильтров [5]. В общем виде формирование регуляторов (8), (9) и (12), (13) осуществляется в соответствии с алгоритмом, описывающим выражениями

$$\dot{y}_q = y_{q+1},\ q = 1,\ldots,\mu-1,$$
$$\dot{y}_\mu = Ay_{in} - \sum_{q=1}^{\mu} B_q y_q, \tag{16}$$
$$z = \sum_{j=1}^{\theta} D_j y_j,$$

где y_{in} – входная координата интегрирующего фильтра:
для регулятора (8) – $(x_z - x_{oc})$;
для регулятора (12) – $(x_z^* - x)$;
для фильтра (13) – x_z;
y_q – фазовые координаты фильтра;
z – выходная координата, формируемая интегрирующим фильтрам :
для регулятора (8) – u;
для регулятора (9) – x_{oc};
для регулятора (12) – u;
для фильтра (12) – x_z^*;
A, B_q, $Д_j$ – коэффициенты, определяемые коэффициентами выражений (8), (9), (12) и (13);
μ – порядок интегрирующего фильтра:
для регулятора (8) – $\mu = n + m + \upsilon$;
для регулятора (9) – $\mu = m + \alpha - 1$;
для регулятора (12) – $\mu = m + \nu$;
для фильтра (13) – $\mu = n + \pi - 1$;
θ – число координат фазового фильтра, необходимых для формирования выходной координаты соответствующих регуляторов:
для (8) – $\theta = m + \pi + \alpha - 1$;
для регулятора (9) – $\theta = \pi - 1 + n$;
для регулятора (12) – $\theta = \pi - 1 + \alpha$;
для фильтра (13) – $\theta = m + \alpha - 1$.

В качестве иллюстрации, предложенного метода синтеза, рассмотрим пример.

Пример. Пусть объект управления задан уравнением

$$\left(a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0\right)u = b_0x_1,\quad x = x_1 + f. \tag{17}$$

Качественные показатели по заданию и возмущению зададим желаемыми дифференциальными уравнениями вида (4), (5):

$$\left(p^n + \gamma_n p^{n-1} + \ldots + \gamma_1\right)x^* = \gamma_1 x_z, \tag{18}$$

$$\left(p^m + \beta_m p^{m-1} + \ldots + \beta_1\right)x^* = \left(p^m + \beta_m p^{m-1} + \ldots + \beta_2 p\right)f. \tag{19}$$

Порядок желаемых дифференциальных уравнений по заданию и возмущению определим из условий (10), (11) реализации регуляторов, полагая $\lambda = 3$, $\nu = 0$, $l = 1$, $\alpha = 1$, $n \geq 3$; $m \geq 3$.

Принимая n=m=3, запишем дифференциальные уравнения регуляторов (8), (9) соответственно:

$$\begin{aligned}&\left(p^3 + \gamma_3p^2 + \gamma_2p + \gamma_1\right)\left(p^3 + \beta_3p^2 + \beta_2p\right)b_0u = \\ &= \gamma_1\left(p^3 + \beta_3p^2 + \beta_2p + \beta_1\right)\times \\ &\times\left(a_3p^3 + a_2p^2 + a_1p + a_0\right)\left(x_z - x_{oc}\right),\end{aligned} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}&\gamma_1\left(p^3 + \beta_3p^2 + \beta_2p + \beta_1\right)x_{oc} = \\ &= \beta_1\left(p^3 + \gamma_3p^2 + \gamma_2p + \gamma_1\right)x.\end{aligned} \tag{21}$$

Реализация регулятора (20) осуществляется на базе интегрирующего фильтра (16), порядок которого равен μ=6, а число координат фильтра, используемых для формирования выходной координаты регулятора θ=7. При этом коэффициенты определяется выражениями:

$$\begin{aligned}&A = 1,\ B_1 = 0,\ B_2 = \beta_2\gamma_1 b_0,\ B_3 = \left(\beta_3\gamma_1 + \beta_2\gamma_2\right)b_0, \\ &B_4 = \left(\gamma_1 + \beta_3\gamma_2 + \beta_2\gamma_3\right)b_0,\ B_5 = \left(\gamma_2 + \beta_3\gamma_3 + \beta_2\right)b_0, \\ &B_6 = \left(\beta_3 + \gamma_3\right)b_0, D_1 = a_0\beta_1\gamma_1,\ D_2 = \left(a_1\beta_1 + a_0\beta_2\right)\gamma_1, \\ &D_3 = \left(a_2\beta_1 + a_1\beta_2 + a_0\beta_3\right)\gamma_1,\ D_4 = (a_3\beta_1 + a_2\beta_2 + \\ &+ a_1\beta_3 + a_0)\gamma_1, D_5 = \left(a_3\beta_2 + a_2\beta_3 + a_1\right)\gamma_1, \\ &D_6 = \left(a_3\beta_3 + a_2\right)\gamma_1,\ D_7 = a_3\gamma_1.\end{aligned} \tag{22}$$

Реализация регулятора (21) осуществляется на базе интегрирующего фильтра (16), порядок которого равен μ = 3, а число координат фильтра, используемых для формирования выходной координаты регулятора θ=4. Коэффициенты регулятора, в этом случае, будут определяться:

$$A = 1,\ B_1 = \gamma_1\beta_1,\ B_2 = \gamma_2\beta_2,\ B_3 = \gamma_1\beta_3 \tag{23}$$

Определим параметры (22), (23) регуляторов (20), (21) системы управления объектом (17), если $a_0 = b_0 = 1$; $a_1 = a_2 = 5$; $a_3 = 1$, а требуемое движение по заданию и возмущению задается биноминальной стандартной формой характеристического уравнения (апериодический переходный процесс) для различных значений времени регулирования.

Вариант 1. Если время t_p регулирования по заданию и возмущению равны, например $t_{pз} = t_{pf} = 2с$, то коэффициенты желаемых дифференциальных уравнений, согласно [1], будут равны

$$\gamma_1 = \beta_1 = 125,\ \gamma_2 = \beta_2 = 75,\ \gamma_3 = \beta_3 = 15.$$

При этом уравнение регулятора (20) будет иметь вид:

$$\left(p^3 + 15p^2 + 75p\right)u = 125\left(p^3 + 5p^2 + 5p + 1\right)\left(x_з - x_{oc}\right),$$

который реализуется на базе интегрирующего фильтра третьего порядка, а именно:

$$\dot{y}_1 = y_2,$$
$$\dot{y}_2 = y_3,$$
$$\dot{y}_3 = (x_3 - x_{oc}) - 75y_2 - 15y_3,$$
$$z = u = 125\dot{y}_3(x_3 - x_{oc}) + 625y_3 + 625y_2 + 125y_1.$$

Регулятор (21) в этом случае будет представлен звеном с коэффициентом передачи, равным единицы, т.е.

$$x_{oc} = x.$$

Реакция системы на единичные воздействия по заданию и возмущению представлены на рис. 2 (кривая 1) и рис.3. (кривая 1) соответственно.

Вариант 2. Если время переходного процесса по заданию $t_{pз} = 2$с, а по возмущению – $t_{pf} = 1$ с, то коэффициенты желаемых дифференциальных (4), (5) равны:

$$\gamma_1 = 125;\ \gamma_2 = 75;\ \gamma_3 = 75;\ \beta_1 = 1000;\ \beta_2 = 300;\ \beta_3 = 30.$$

Регулятор (20), в этом случае, реализуется в соответствии с выражениями:

$$\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = y_3, \dot{y}_3 = y_4, \dot{y}_4 = y_5, \dot{y}_5 = y_6,$$
$$\dot{y}_6 = (x_3 - x_{oc}) - 37500y_2 - 26250y_3 - 5075y_4 -$$
$$-825y_5 - 45y_6,$$
$$z = u = 125(1000y_1 + 5300y_2 + 2530y_3 + 2531y_4 +$$
$$+455y_5 + 35y_6 + (x_3 - x_{oc})).$$

Регулятор (21) реализуется на базе интегрирующего фильтра третьего порядка:

$$\dot{y}_1 = y_2, \dot{y}_2 = y_3,$$
$$\dot{y}_3 = x - (1000y_1 + 300y_2 + 30y_3)\cdot 125,$$
$$z = x_{oc} = 1000(125y_1 + 75y_2 + 15y_3 + \dot{y}_3).$$

Реакция системы на единичные воздействия по заданию и возмущению приведены на рис. 2 (кривая 2) и рис. 3 (кривая 2).

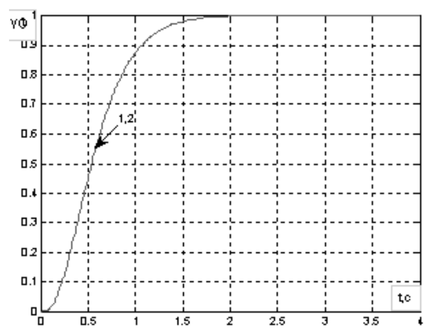

Рис. 2. Реакция системы с регуляторами на единичное задающее воздействие для вариантов 1 и 2.

Как видно из графиков приведенных переходных процессов, расчетные регуляторы одинаково обеспечивают заданное качество управления при отработке задания. В тоже время система с двумя регуляторами, при отработке внешнего возмущения, обеспечивает большее быстродействие, т.е. эффективнее подавляет внешнее возмущение, чем система с одним регулятором.

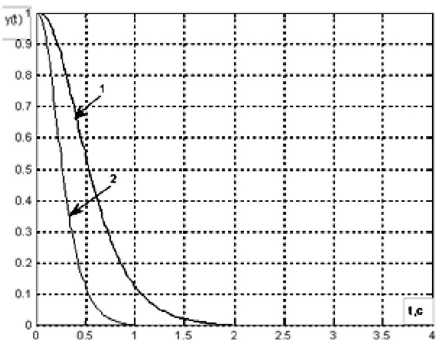

Рис. 3. Реакция системы с регуляторами на возмущающее воздействие, приведенное к выходу для вариантов 1 и 2.

5. Выводы. Изложенный метод синтеза позволяет обеспечить требуемые качественные показатели системы как по заданию, так и по возмущению. Полученные условия физической реализуемости синтезированных регуляторов позволяют выполнить их практическую реализацию на базе интегрирующих фильтров. Рассмотренный метод можно считать универсальным аналитическим методом синтеза систем управления линейными объектами как с одним регулятором в прямом канале или обратом, так и с двумя. В дальнейшем следует провести исследования робастности и качества работы синтезированной системы с двумя регуляторами при наличии в объекте управления параметрических возмущений и измерительных помех.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузовков Н.Т. *Модальное управление и управляющие устройства*. – М.: Машиностроение. –1976. –184с.
2. Дрючин В.Г., Жиляков В.И., Денищик С.С. Синтез оптимальных систем управления с обратной моделью. *Вісник СНУ ім.В.Даля*. – 2004. – N 12. – С. 87–90.
3. Солодовников В.В, Матвеев П.С. *Расчет оптимальных систем автоматического управления при наличии помех*. – М.:Машиностроение. – 1973. – 240с.
4. Limebeer D.J., Kasenally E.M., Perkins J.D. On the design of robust two degree of freedom controllers. *Automatica*. – 1993. – N 29. – P.157–168,
5. Дрючин В.Г., Ткачев Р.Ю. Синтез регуляторов на базе интегрирующих фильтров систем управления объектами с запаздыванием в координатах состояния и управления. *Сборник научных трудов ДонГТУ*. Алчевск: ДонГТУ. – 2007. – N 24. – С.391–396.