УДК 621.793

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕТИКИ НАГРЕВА ПЛАКИРОВАННЫХ ЧАСТИЦ В ПЛАЗМЕННОЙ СТРУЕ

¹Смирнов И. В., ²Андрейцев А. Ю.

¹ НТУУ «Киевский политехнический институт», Киев, Украина ² Государственный экономико-технологический университет транспорта, Киев, Украина

С использованием математической модели нагрева плакированной частицы в плазменной струе построена зависимость максимальной температуры ядра оксида алюминия от толщины медной оболочки. Установлена оптимальная толщина оболочки, при которой достигается полное проплавление ядра без интенсивного испарения менее тугоплавкой оболочки.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: нагрев, плазменная струя, оксид алюминия, плавление, математическое моделирование.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ КІНЕТИКИ НАГРІВУ ПЛАКОВАНИХ ЧАСТИНОК В ПЛАЗМОВОМУ СТРУМЕНІ

Смирнов І.В., Андрейцев А.Ю.

З використанням математичної моделі нагріву плакованої частинки в плазмовому струмені побудована залежність максимальної температури ядра оксиду алюмінію від товщини мідної оболонки. Встановлена оптимальна товщина оболонки, при якій досягається повне проплавлення ядра без інтенсивного випаровування менш тугоплавкої оболонки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: нагрівання, плазмовий струмінь, оксид алюмінію, плавлення, математичне моделювання.

MATHEMATICAL MODELING OF HEAT KINETICS OF CLAD PARTICLES IN THE PLASMA JET

Smirnov I.V., Andreytsev A.Y.

Using a mathematical model of heat of a clad particle in the plasma jet the dependency of the maximum core temperature of aluminum oxide on the thickness of the copper shell is obtained. The optimum thickness of the shell, when complete melting of the nucleus without intensive evaporation of less refractory shell is achieved.

KEY WORDS: heating, plasma jet, aluminum oxide, melting, mathematical modeling.

1. Введение. R технике газотермического напыления большое внимание уделяется температурному режиму частиц напыляемого порошка, непосредственно влияющему на качество формирующихся покрытий. Особое место, при этом занимают покрытия из оксидной керамики, широко распространенной и используемой для защиты деталей, работающих в жестких условиях трения износа, часто при дополнительном воздействии агрессивных сред и повышенных температур. На развитие температурных процессов значительное влияние может оказывать металлическая оболочка, покрывающая частицу. Изменяя условия керамическую теплообмена с помощью плакирующей оболочки на частицах порошка, можно сближать или разделять процессы их нагрева, плавления и испарения при напылении покрытий.

Детальный анализ физико-химических аспектов напыления и применения плакированных порошков представлен в [1,2]. Математическое моделирование и рассмотрение физики процессов нанесения плазменных покрытий из композициионных плакированных порошков приводится в [3,4], где показано, что нагрев частиц плакированных порошков в плазменной струе должен быть в определенном интервале температур, для обеспечения с одной стороны проплавления тугоплавкого керамического ядра, а с другой стороны сокращения потерь металлической оболочки путем испарения. При этом, недостаточно учитываются температурно-временные зависимости согласующие осевое изменение температуры плазменной струи с моментом времени пребывания частицы в данной точке плазменной струи. Существующие зависимости можно использовать лишь на начальном этапе пребывания частицы в плазменной струе, когда разница температур и скоростей струи и частицы достаточно велика.

Цель работы заключалась в исследовании влияния плакирующей оболочки на температурный режим керамических частиц в плазменной струе с помощью аналитических решений математических моделей теплопроводности.

[©] Смирнов И.В., Андрейцев А.Ю., 2014.

2. Математическая модель. Большинство керамических оксидов спектрально частично прозрачны. Поэтому в общем случае их нагрев описывается уравнением, содержащим кондуктивную и радиационную составляющие. Однако для частиц, диаметром менее 100 мкм для любых времен нагрева и диаметром менее 3 мкм при времени нагрева не более 3 мс, радиационную составляющую в уравнении энергии можно не учитывать. В этом случае уравнение энергии для частицы сводится к уравнению теплопроводности, конкретный вид которого зависит от строения и формы частицы.

При моделировании процесса нагрева частицы в плазменном потоке исходили из следующих предположений: частица имеет сферическую форму и распределение в ней температуры обладает сферической симметрией; частица является однородным, изотропным телом: внутренние источники тепла отсутствуют.

Если допустить, что все термодинамические коэффициенты на определенном этапе полета частицы в плазменной струе постоянны и равны средним значениям в рассматриваемом диапазоне температур, то задачу теплопроводности в плакированной частице можно сформулировать следующим образом

$$\begin{split} & \frac{\partial(rT)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [0, R] \\ & \frac{\partial(rT_1)}{\partial t} = a_1^2 \frac{\partial^2(rT_1)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [R, R_1] \\ & T(R, t) = T_1(R, t), \quad T(r, 0) = T_1(r, 0) = T_0, \end{split}$$

$$\begin{split} \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \big|_{r=R} &= \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \big|_{r=R} , \ \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \big|_{r=0} = 0, \\ \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} \big|_{r=R_1} &= \left[\alpha \left(T_{\Pi} - T_1 \right) \right] \big|_{r=R_1} , \end{split}$$

где $a^2 = \frac{\lambda}{c\rho}$, $a_1^2 = \frac{\lambda_1}{c_1\rho_1}$; λ , c, ρ и λ_1 , c_1 , ρ –

коэффициент теплопроводности, удельная плотность материала ядра и теплоемкость, оболочки, соответственно; α – коэффициент теплообмена; Т₀ – начальная температура частицы; *R*₁, *R* – внешний и внутренний радиусы оболочки соответственно.

В [3] распределение температуры в тонкой оболочке представлено в виде двух первых членов разложения $T_1(t,r)$ в ряд по степеням 1/r. После этого краевая задача для определения температуры в ядре запишется в виде

$$\begin{split} & \frac{\partial(rT)}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2(rT)}{\partial r^2}, \text{ при } r \in [0, R], \\ & T(r, 0) = T_0; \quad \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \big|_{r=0} = 0, \end{split}$$

$$\begin{split} \lambda_{l} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R} = & \left[\alpha_{e} \left(T_{\pi} - T \right) - c_{l} \rho_{l} h \left(1 - \frac{Bi_{1}}{6} \right) \frac{\partial T}{\partial t} - \right. \\ & \left. - c_{l} \rho_{l} h \frac{Bi_{1}}{6} \frac{\partial T_{\pi}}{\partial t} \right]_{r=R}, \end{split}$$

где $Bi_1 = \frac{\alpha_e h}{\lambda_1}; \alpha_e = \frac{\alpha \lambda_1 R}{\lambda_1 R + \alpha h R_1}; \alpha - \kappa оэффициент$

теплообмена между частицей порошка и газом; T_n – температура в невозмущенном плазменном потоке; *h* – толщина оболочки.

В [4] решение данной задачи найдено при условии постоянной температуры плазменной струи. При этом, для проведения точных расчетов температуры нагрева керамических частиц необходимо согласовывать изменение температуры плазменной струи co временем движения напыляемой частицы. Зная изменение температуры плазменной струи по дистанции напыления, а также зависимость пройденного частицей пути от времени можно найти зависимость изменения температуры плазменной струи в окрестности частицы от времени ее пребывания в потоке. В результате построения таких зависимостей, в [5] была получена аппроксимация изменения температуры плазменной струи в окрестности частицы от времени ее пребывания в потоке полиномом второй степени $T_{\Pi} = A + Bt + Ct^2$ с коэффициентом детерминации R^2 не менее 0,99.

С учетом данной аппроксимации решение задачи теплопроводности в плакированной частице будет иметь следующий вид:

$$T(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = T_{0} \sum_{n=1}^{\infty} A_{n} (\mathbf{r}) e^{-\frac{a^{2} \mu_{n}^{2} \mathbf{t}}{R^{2}}} + \left(A - \frac{k_{c}''}{Bi}B\right) \times \\ \times \left(1 - \sum_{n=1}^{\infty} A_{n} (\mathbf{r}) e^{-\frac{a^{2} \mu_{n}^{2} \mathbf{t}}{R^{2}}}\right) + B\mathbf{t} + C\mathbf{t}^{2} - 2\frac{k_{c}''}{Bi}C\mathbf{t} - \\ - \sum_{n=1}^{\infty} A_{n} (\mathbf{r}) \left[B\frac{R^{2}}{\mu_{n}^{2}a^{2}} \left(1 - e^{-\frac{a^{2} \mu_{n}^{2} \mathbf{t}}{R^{2}}}\right) + 2C\left(\frac{R^{2} \mathbf{t}}{\mu_{n}^{2}a^{2}} - \frac{(3)}{R^{2}}\right) - \frac{R^{4}}{\mu_{n}^{2}a^{2}} \left(1 - e^{-\frac{a^{2} \mu_{n}^{2} \mathbf{t}}{R^{2}}}\right) + 2C\left(\frac{R^{2} \mathbf{t}}{\mu_{n}^{2}a^{2}} - \frac{(3)}{R^{2}}\right) - \frac{R^{4}}{\mu_{n}^{2}a^{2}} \left(1 - e^{-\frac{a^{2} \mu_{n}^{2} \mathbf{t}}{R^{2}}}\right) \right) \right], \\ T_{1}(\mathbf{r}, \mathbf{t}) = T(\mathbf{R}, \mathbf{t}) + \frac{a_{e}}{\lambda_{1}} R_{1}^{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}\right) \left[T_{n} - T(\mathbf{R}, \mathbf{t})\right], \quad (4) \\ A_{n}(\mathbf{r}) = \frac{2R \sin \mu_{n} \frac{\mathbf{r}}{R}}{\mu_{n} \mathbf{r}} \times \frac{Bi}{\mu_{n}} \left[\left(1 + k_{c}' + \frac{Bi - 1}{\mu_{n}^{2}}\right) \sin \mu_{n} + \left(k_{c}' \mu_{n} - \frac{Bi - 1}{\mu_{n}}\right) \cos \mu_{n}\right],$$

×

где $k'_c = k_c \left(1 - \frac{Bi_1}{6}\right); \ k''_c = k_c \frac{Bi_1}{6}; \ k_c = \frac{c_1 \rho_1 h}{c \rho R}; \ \mu_n$

- корни трансцендентного уравнения

$$\cos \mu_{\rm n} = \left({\rm k}_{\rm c}' \mu_{\rm n} + \frac{1 - {\rm Bi}}{\mu_{\rm n}} \right) \sin \mu_{\rm n}$$

Для получения окончательного результата необходимо определить коэффициенты А, В и С в полиноме для выбранного размера частицы и необходимые температурные коэффициенты. Так, например, согласно данным [5] для частицы Al₂O₃ радиусом 25 мкм имеем $A = -3,798 \cdot 10^{10}$; B = - $C = -3,798 \cdot 10^{10};$ $a^2 = 0.023;$ $1,78 \cdot 10^{6};$ $\lambda = 0.019$ кал/см²·с·град, $\alpha = 0.9$ кал/см²с·град. С учетом этих значений, получен график изменения температуры данной частицы плакированной оболочкой из меди в зависимости от внешнего радиуса, т.е при неизменном радиусе ядра и меняющейся толщине оболочки (Рис. 1).

3. Обсуждение результатов. Из рис. 1. следует, что наличие медной оболочки толщиной 1,5 мкм способствует максимальному увеличению температуры ядра, а при толщине оболочки более 4 мкм, частица оксида алюминия может не расплавиться. Задаваясь различными диаметрами плакированной частицы при неизменном диаметре ядра по формуле (3), можно установить влияние толщины оболочки время на достижения плакированной частицы требуемой температуры, например температуры плавления ядра.

Рис. 2 схематически объясняет существование оптимальной толщины оболочки. На нем приведены графики изменения температуры частиц до момента достижения максимума и плазмы в их окрестности в зависимости от времени пребывания в плазменной струе при толщине оболочки 1, 1.5 и 3 мкм. Из рисунка видно, что в данном интервале существует максимум, поскольку есть функция непрерывная при положительных значениях. Участки убывания температуры для частиц 1, 2, 3 не приведены, чтобы не загромождать рисунок.



Рис.1. Зависимость температуры частицы оксида алюминия радиусом 25 мкм плакированной медной оболочкой от ее внешнего радиуса.



Рис.2. Изменение температуры плазменной струи T_п и температуры плакированной частицы T_ч во времени: 1, 2, 3 – температура частицы при толщине оболочки 1, 1,5, 3 мкм соответственно; 4 – кривая проходящая через точки максимумов температур частиц.

4. Выводы. Таким образом. развита математическая модель нагрева частицы порошка с оболочкой при плазменном напылении на основе согласования температуры плазменной струи и частицы во времени. Получено аналитическое решение, на основе которого установленно влияние толщины оболочки на прогрев ядра плакированной частицы. В результате определена оптимальная толщина медной оболочки на уровне 1,5 мкм (32% вес.) для частицы оксида алюминия диаметром 50 мкм, при которой достигается максимальный прогрев тугоплавкого керамического ядра, что способствует получению качественных плазменных покрытий.

ЛИТЕРАТУРА

1. Кулик А.Я., Борисов Ю.С., Мнухин А.С., Никитин М.Д. *Газотермическое напыление композиционных порошков.* – Л.: Машиностроение. – 1985. – 199 с.

2. Газотермические покрытия, под ред. В.Н. Анциферова. Екатеринбург: УИФ «Наука». – 1994. – 318 с.

3. Барвинок В.А., Богданович В.И., Докукина И.А., Плотников А.Н. Математическое моделирование и физика процессов нанесения плазменных покрытий из композиционных плакированных порошков. *Международный центр научной и технической* информации. М. – 1998. – 96 с.

4. Барвинок В.А., Богданович В.И., Докукина И.А., Китайкин В.Л., Плотников А.Н. Математическое моделирование нагрева порошкового композиционного материала в плазменной струе. Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2001. – N2. – С.197–203.

5. Андрейцев А.Ю., Смирнов І.В. Моделювання процесів руху та нагріву частинки при плазмовому напилюванні. Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації: Збірник наукових праць. Київ – Кам'янець-Подільський. – 2006. – С. 77–82.