

УДК 539.3:612.75

МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ В СОВРЕМЕННОЙ БИОМЕХАНИКЕ

Кизилова Н.Н.

Харьковский национальный университет, Украина

В работе приведен краткий обзор современной литературы, посвященной разработке алгоритмов, моделей и подходов к моделированию мягких и твердых биологических тканей как многофазных композитных материалов со сложной микроструктурой. Показано, как 1d, 2d и 3d конечные элементы используются при моделировании биологических внутри- и внеклеточных микро- и наноструктур в клетках и тканях в случае как малых, так и конечных деформаций. Подробно обсуждаются особенности использования метода при моделировании деформации, разрушения, функциональной перестройки и роста костной ткани. Приведены различные эффективные подходы к заданию сложной геометрии тела, реологических свойств составляющих его тканей, решению проблем неопределенности в задании приложенной нагрузки и определении действующих сил, а также валидации модели на основе современных методов экспериментальной биомеханики.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: биомеханика, метод конечных элементов, ортопедическая биомеханика, микроструктура, конечные деформации, биомеханика роста.

МЕТОД СКІНЧЕНИХ ЕЛЕМЕНТІВ В СУЧАСНІЙ БІОМЕХАНІЦІ

Кізілова Н.М.

В роботі наведено короткий огляд сучасної літератури, присвяченої розробці алгоритмів, моделей і підходів до моделювання м'яких та твердих біологічних тканин як багатофазних композитних матеріалів зі складною микроструктурою. Показано, як 1d, 2d і 3d скінчені елементи використовуються при моделюванні біологічних внутрішньо- і позаклітинних мікро- та наноструктур в клітинах і тканинах у разі як малих, так і скінчених деформацій. Детально обговорюються особливості використання методу при моделюванні деформацій, руйнування, функціональної перебудови і зростання кісткової тканини. Наведено різні ефективні підходи до завдання складної геометрії тіла, реологічних властивостей його складових тканин, вирішення проблем невизначеності в завданні прикладеного навантаження та визначенні діючих сил, а також валидації моделі на основі сучасних методів експериментальної біомеханіки.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: біомеханіка, метод скінчених елементів, ортопедична біомеханіка, микроструктура, скінчені деформації, біомеханіка зростання.

FINITE ELEMENT METHOD IN CONTEMPORARY BIOMECHANICS

Kizilova N.N.

A brief overview of the recent literature dedicated to the development of algorithms, models and approaches to the modeling of hard and soft biological tissues as a multiphase composite materials with complex microstructures is given. It is shown how 1d, 2d and 3d finite elements are used in modeling biological intra- and extracellular micro- and nanostructures in cells and tissues in the case of both small and finite deformations. The peculiarities of the use of the method in modeling the deformations, fracture, functional reconstruction and growth of bone tissues are discussed in details. A variety of effective approaches to defining the complex geometry of the body, the rheological properties of its component tissues, addressing uncertainty in the applied load and the determination of the forces, as well as the validation of the model based on modern methods of experimental biomechanics are presented.

KEY WORDS: biomechanics, finite element method, orthopedic biomechanics, microstructure, finite deformations, biomechanics of growth.

Вступлення. Метод конечных элементов (МКЭ) – это метод численного решения задач, связанных с расчетом и визуализацией напряженно-деформированного состояния (НДС), полей перемещений и температур в упругих и вязкоупругих телах, скоростей и давлений в жидкостях, потоках массы, тепла, заряда, в том

числе с учетом процессов поляризации и намагничивания [18, 46]. МКЭ позволяет проводить вычисления в тех случаях, когда геометрия области, тип внешней нагрузки, неоднородность и анизотропия материала не позволяют получить решение задачи другими методами [4].

Разработка основных идей метода восходит к работам А.Хренникова (1941 г.) и Р.Куранта (1943 г.) [24], а также к работе S. Levy [48] по расчету НДС корпуса летательных аппаратов (1953 г.). Строгое математическое обоснование МКЭ было представлено в 1973 г. в работе [86], а название предложено в работе [96] (1956 г.). Был разработан математический аппарат МКЭ для численного моделирования физических процессов и систем, решения различных инженерных задач, включая электромагнитные явления, течений газов и жидкостей, а также задач биомеханики.

В связи с резким ростом мощности современной компьютерной техники (в современных суперкомпьютерах – порядка $10^{-2} - 10.5$ Пентафлопе) МКЭ стал одним из наиболее используемых методов численных расчетов НДС твердых и мягких биологических тканей, течений биожидкостей в условиях сложной геометрии, переменных реологических свойств и в областях с нерегулярными подвижными границами, причем от нано- до макроскопических биологических систем (БС).

Существует большое число МКЭ-пакетов для проведения расчетов: Abaqus FEA, Ansys, Nastran, Comsol Multiphysics (ранее Femlab), Cosmos, Diffpack, FEMtools, Matlab (toolbox Femlab), PZFlex, Solid Works, StressCheck и другие, как коммерческие, так и open source freeware (Dune, Elmer FEM, FETK, FRANC2D/3D, Freefem, OOF, Z88 и др.). Данная работа не ставит целью сколько-либо полный анализ литературы по результатам МКЭ-моделирования в биомеханике, а только обсуждение особенностей применения метода при решении задач биомеханики.

1. Алгоритмы МКЭ и их особенности в применении к БС. МКЭ базируется на наиболее общем физическом принципе – принципе минимума полной потенциальной энергии, который дает самое полное, интуитивно понятное физическое обоснование происходящих в системе процессов. Вариационная постановка задачи МКЭ следует из канонической энергетической формулировки, которая не зависит от типа решаемой задачи [103].

В отличие от большинства технических материалов, БС способны к активному изменению собственных механических, термических, электрических и других свойств под действием внешней нагрузки, внешних и внутренних химических и электрических сигналов, а также к перестройке своей структуры, росту и формообразованию за счет свободной энергии. В силу этого вариационная формулировка задач МКЭ для активных биологических сред имеет отличия от постановок аналогичных задач для пассивных сред (см., например, [2–4]).

При разбиении исследуемой области на конечные элементы (КЭ) 1d КЭ используются для моделирования стержневых систем, балок и других объектов, форма которых близка к вытянутой. В

биомеханике 1d модели используются для элементов микроструктуры (микрофиламенты, белковые нанотрубки, молекулярные мостики, рецепторные контакты нервных клеток), клеточного цитоскелета, трабекулярной структуры губчатой костной ткани, эндо- и экзоскелета различных организмов, лигаментов и оссеоинтеграции [46]. 2d КЭ нужны для расчетов мембран, пластин и оболочек. В биомеханике они используются при моделировании поверхности клетки (мембрана + цитоскелет), фасций, плоских костей и хряща. Если 2d КЭ имеет более трех узлов, он не обязательно является плоским и его поверхность может обладать кривизной. Обычно считается, что если в ходе деформации КЭ закручивается на угол $\leq 10^\circ$, то это не сказывается на точности 2d модели. В противном случае лучше использовать 3d КЭ-модель [70].

Универсальным 2d КЭ является элемент пластина (plate), обладающая пренебрежимо малой толщиной по сравнению с продольными размерами и воспринимающая продольные, поперечные, сдвиговые и изгибные нагрузки. Элемент типа мембрана (membrane) обладает пренебрежимо малой изгибной жесткостью и воспринимает усилия, действующие только в плоскости элемента. Изгибные КЭ (bending only) сопротивляются только деформациям изгиба. В ряде МКЭ-пакетов предусмотрены КЭ в виде многослойных пластин (laminate plate), которые позволяют моделировать, например, неоднородные по толщине свойства многослойных мембран, костей черепа, кожи, стенок кровеносных сосудов, дыхательных путей и полых внутренних органов в двумерной постановке соответствующих задач биомеханики.

В рамках структурной механики (structural mechanics) КЭ модель может рассматриваться как набор большого числа соединенных между собой пружин (пружинная сетка), отвечающих растяжением или сжатием (КЭ spring) на действие внешней нагрузки (рис.1). На таких моделях исследуются деформации, динамическое поведение и равновесные состояния мембран и цитоскелета клеток, совокупностей микроотросточек и микрофиламентов, внутриклеточных структур, нервной ткани и других БС с подходящей структурой.

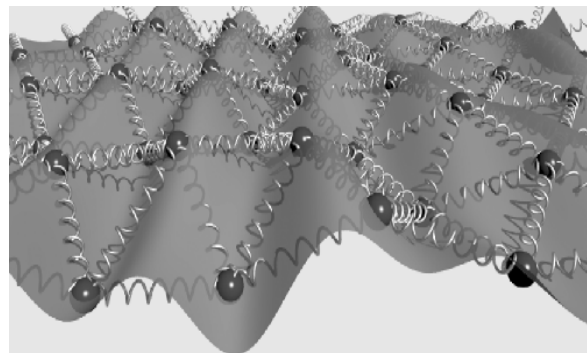


Рис.1. Блочно-пружинная (beads and springs) модель клеточной мембраны.

Особенности использования МКЭ в применении к БС связаны с необходимостью учитывать **конечные деформации** мягких тканей и соответствующие сложные изменения исходной формы деформирующегося тела во времени, а также возможность вращения КЭ. Могут изменяться физические **свойства материала** отдельных КЭ (например, жесткость при активном сокращении мышечных клеток или при поступлении регуляторных химических веществ) или системы в целом в связи с изменениями внешних условий и адаптации БС к нагрузке, чего не происходит в технических системах.

При моделировании БС, способных к росту и морфогенезу, например, эмбриона, клеточной колонии, растущих кости, хряща, мышц и организма в целом, в ходе роста за счет деления появляются новые клетки и образуются новые внеклеточные структуры, которым нужно ставить в соответствие новые КЭ. В ходе дегенеративных изменений ткани (резорбция и остеопороз в кости), при апоптозе (запрограммированная смерть клеток) и при внутренней перестройке происходит обратный процесс, которому соответствует исчезновение отдельных КЭ. В последнее время для эндопротезов как твердых, так и мягких тканей активно используются биodeградирующие материалы, которые постепенно растворяются и вымываются, замещаясь делящимися клетками и синтезированными ими внеклеточным веществом. Здесь тоже возникает потребность в расчетных схемах, учитывающих «деление», «слияние» и «исчезновение» КЭ.

Таким образом, при моделировании роста, резорбции, адаптации и морфогенеза БС необходимо задавать законы появления (исчезновения) КЭ в определенные моменты времени, учитывать появление сопутствующих этим процессам внутренних сил (напряжений, возникающих в ходе объемного роста) и возможность разрыва связей в узлах смежных КЭ, что соответствует проскальзыванию отдельных клеточных слоев в ходе роста и перестройки. Часто законы появления (исчезновения) КЭ определяются средними напряжениями и главными направлениями тензора напряжений в точке. Все это требует доработки теоретических основ метода, а также разработки дополнительных пользовательских модулей в прикладных пакетах программ [20, 31].

Для БС формулировка задач теории упругости и вязкоупругости, механики жидкости и газа может включать в себя, помимо классических уравнений, **дополнительные балансовые соотношения**, например, уравнения конвективно-диффузионного переноса «строительных» или управляющих химических компонент с концентрациями C_j и наличием распределенных источников/стоков, которые соответствуют производству/поглощению вещества клетками в объеме биологического материала:

$$\frac{\partial C_j}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) C_j = \text{div}(D_j \nabla C_j) + Z_j^+(C_j, \vec{v}, \dots) - Z_j^-(C_j, \vec{v}, \dots), \quad (1)$$

где \vec{v} – скорость конвективного переноса, D_j – коэффициенты диффузии, Z_j^\pm – скорости появления/исчезновения компоненты.

В БС происходит активный межфазный обмен между жидкими, твердыми и газообразными составляющими тканей и органов, протекают фазовые перестройки, изменяющие как микроструктуру БС, так и ее реологические свойства, геометрию, пористость, подвижность и другие характеристики. Например, при нагрузке/разгрузке сустава жидкая компонента синовии перемещается в/из пористого хряща, а синовия в суставе испытывает фазовый переход жидкость/твердое тело и наоборот. В кости при нагрузке/разгрузке тканевая жидкость перемещается в твердую фазу (в микроканалы) и обратно, в связи с чем вязкоупругие, термоупругие и электромеханические свойства кости меняются. Без учета этих процессов расчеты НДС и свойств реальных костей, хряща и других биоматериалов, органов и систем могут привести к существенным погрешностям. Для описания межфазного обмена и структурообразования к уравнениям баланса массы, импульса и энергии надо добавить, например, уравнения для параметров структуры Γ_j , объемных концентраций фаз H_j или другие:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Gamma_j}{\partial t} + (\vec{v}_j \cdot \nabla) \Gamma_j &= G_j^+(\Gamma_j, \vec{v}_j, \dots) - G_j^-(\Gamma_j, \vec{v}_j, \dots), \\ \frac{\partial H_j}{\partial t} + \text{div}(H_j \vec{v}_j) &= \theta_j, \end{aligned} \quad (2)$$

где θ_j – межфазный обмен, G_j^\pm – скорости образования/разрушения микроструктуры, которые также могут зависеть от концентраций некоторых активных веществ в тканях и $G_j^\pm = G_j^\pm(\Gamma_j, \vec{v}_j, C_j)$.

В этом случае системы (1) и (2) связаны.

В качестве параметров Γ_j могут служить размеры полимерных цепочек и других структур, образующихся при фазовых переходах, размеры агрегатов в биологических суспензиях, число физических или химических связей в растущих или разрушающихся тканях и т.д.

Известно, что при введении дополнительных балансовых уравнений возникают материальные, или конфигурационные силы (КС), и при нахождении приближенных решений задач математической физики необходимо дополнительно задавать КС в узлах КЭ, поскольку уравнения баланса выполняются точно лишь в непрерывной постановке [30, 54]. Идея введения КС в МКЭ восходит к работе [12]. Предложены разные эффективные схемы баланса КС в каждом КЭ [30] и показано, что учет КС позволяет оптимизировать дискретную сетку [55, 56]. Разработанные схемы полезны при решении задач

механики разрушений, при описании распространения трещин и накопления дефектов, движении ударных волн и фронтов фазовых переходов, концентрационных, ориентационных и структурных изменений. Поскольку все вышеперечисленные процессы имеют место и в БС, КЭ схемы с учетом КС активно используются в биомеханике, например, при моделировании роста и развития БС, распространении и заживлении трещин в костях, распространении волн трансформации и солидификации в биожидкостях [56].

2. МКЭ в биомеханике кости и опорно-двигательной системы (ОДС). Биологические объекты характеризуются значительной вариабельностью и сложностью формы, и понимание взаимосвязи формы и функции является одним из важнейших вопросов наук о жизни. Для расчета НДС тел с простой геометрией – круглых и прямоугольных пластин, оболочек, балок и стержней с эллиптическим, прямоугольным или треугольным сечениями, сплошных или полых, изготовленных из однородных материалов, как и для расчета течений жидкостей в каналах и областях с регулярной формой, зачастую имеются известные аналитические формулы [5–7]. Эти формулы используются для грубой оценки НДС и процессов в БС со сходной геометрией – в длинных трубчатых костях конечностей [6,7,12,21,66], нижней челюсти [31,32], скуловой дуги [33], позвоночнике и костях черепа, однако НДС сильно зависит от геометрии тела, поэтому в биомеханике очень важны расчеты, выполненные на моделях, которые учитывают либо точную форму, либо особенности геометрии исследуемого класса БС. Обширный опыт применения МКЭ в биомеханике и ортопедии показал, что при использовании адекватных аккуратно построенных КЭ моделей результаты расчетов костей, суставов, различных имплантатов, фиксаторов и эндопротезов сложной формы очень хорошо соответствуют экспериментальным исследованиям и измерениям на моделях и костях как *in vitro*, так и *in vivo* [49, 81–84].

В биомеханике ОДС МКЭ был впервые применен в 1972 г. при расчетах НДС кости человека. С тех пор опубликовано огромное число работ, в которых МКЭ используется при расчетах НДС плоских, коротких и длинных трубчатых костей, зубов, костей сложной формы, позвоночного столба, сочленений костей в суставах, систем кость – имплантат, для расчета параметров эндопротезов и фиксаторов обломков кости при сложных переломах, аппаратах дистракционного остеосинтеза и т. д. Важнейший вопрос таких исследований связан с выяснением взаимоотношения геометрии и морфологии тканей, несущих возможностей кости, а также с оптимизацией дизайна эндопротезов и фиксирующих аппаратов, с моделированием и планированием хирургических вмешательств. Эндопротезы имеют отличия в размерах, форме и

типе поперечного сечения (рис.2а). Существенное влияние на НДС системы и концентрацию напряжений может оказывать толщина и масса слоя цемента (рис.2б), поэтому моделирование системы кость – цемент – эндопротез и исследование НДС при естественных нагрузках желательно проводить *in silico*, чтобы предварительно спланировать все детали хирургического вмешательства [81–84].

Технические возможности **эндопротезирования**, создания новых материалов и конструкций постоянно растут, однако предварительное математическое моделирование, оптимизация и тестирование протезов зачастую не проводятся, что может приводить к нежелательным последствиям в виде дискомфорта, болевых ощущений, отторжения, резорбции и дегенеративных изменений кости на определенных участках и необходимости проведения повторных операций [92]. Сопоставление результатов расчетов МКЭ с данными по резорбции кости показывают, что в системах кость – эндопротез резорбция наблюдается преимущественно на участках с максимальными напряжениями [34]. Особенно интенсивно эти процессы происходят в послеоперационный период, в ходе адаптации кости. При отсутствии резорбции можно выявить корреляцию распределения поля напряжений на границе кость – эндопротез с характером структурных перестроек кости. Уменьшить пиковые напряжения в системе можно, например, за счет использования эндопротеза из материала с большим модулем упругости [34–35].

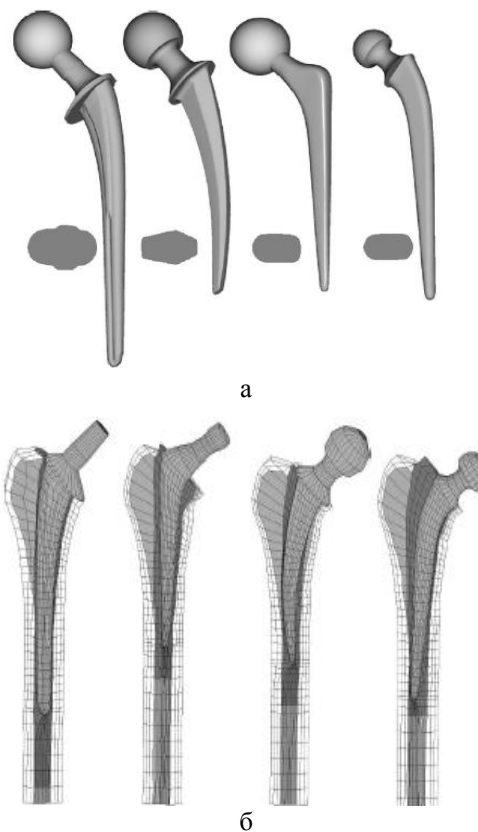


Рис.2. Различные формы эндопротезов бедренной кости (а) и систем кость – эндопротез – цемент (б) (по данным [83]).

Поскольку *разрушение кости* определяется условиями механического взаимодействия на границе кость – эндопротез, особую важность приобретают расчеты максимальных напряжений на этой границе, выявление зон концентрации напряжений. Задачи оптимизации связаны с проектированием формы эндопротеза или фиксатора, при которой максимальные напряжения σ_{\max} не превышали бы некоторых критических значений σ^* . В качестве σ^* иногда принимают разрушающие напряжения для кости, однако для живых тканей в качестве критических напряжений и перемещений имеет смысл задавать величины, к которым чувствительны клетки и ткани (травмирующие, повреждающие или вызывающие дискомфорт), и которые, таким образом, могут привести к нежелательным реакциям на клеточном и тканевом уровнях. Так, доклиническое исследование модели кость – эндопротез при постоянной или циклической нагрузке (нормальная ходьба, подъем и спуск по лестнице, прыжки) позволяет выявлять *in silico* накопление повреждений, появление микротрещин, дегенерацию и разрыхление кости, миграцию ножки эндопротеза в канале, и оценить степень риска имплантации того или иного протеза еще до проведения операции [82].

В настоящее время МКЭ признан как один из основных инструментов для расчетов НДС и решения задач оптимизации в *ортопедической биомеханике* [29, 33]. Использование МКЭ начинается с анализа наиболее простой геометрии протеза (штифта, фиксатора, микроимпланта и др.), например, в виде цилиндрического стержня. После расчета поля напряжений в системе протез – цемент – кость проводится добавление (убавление) некоторого числа КЭ на поверхности протеза с заменой их на КЭ цемента или кости. Оптимизация формы протеза направлена на снижение напряжений на границах раздела между материалами, устранение областей концентрации напряжений. В результате повторных расчетов для уточненной геометрии получают оптимальную форму протеза, при которой напряжения распределены равномерно по поверхности и не превышают определенных критических величин. В результате оптимизации геометрии протеза можно на 30–70% уменьшить расход цемента и снизить возникающие напряжения [36]. Получаемая при этом оптимальная форма протеза сильно зависит от индивидуальных особенностей кости пациента, величины и направления приложенной нагрузки, от материала и длины ножки эндопротеза, что указывает на необходимость индивидуального (*patient specific*) подхода к дизайну протеза и проведения в каждом случае предварительных численных расчетов на основе КЭ модели кости или сустава. При проектировании аппаратов наружной фиксации путем МКЭ-оптимизации можно увеличить жесткость конструкции от 13 до 17.000 Н/мм при снижении σ_{\max} в кости под ножками фиксатора в 140 раз [35]. Основной

интерес в этой области представляют алгоритмы оптимизации формы и задачи многокритериальной оптимизации. Например, важна одновременная оптимизация механических и термических свойств материалов протеза и цемента для минимизации как механических, так и термомеханических (объемное расширение, перепады температуры на границах раздела и пр.) нагрузок на кость и хрящ, зуб и десну. В связи с активным использованием для протезов сосудов, связок, сухожилий и хряща материалов, постепенно высвобождающих лекарственные вещества или аккумулированные в них консервированные стволовые клетки, интерес представляет оптимизация формы протеза с учетом механических и термомеханических факторов, а также концентрационных полей лекарства или клеток вокруг протеза.

Учитывая сложную нерегулярную 3D геометрию кости, конечные перемещения элементов НДС и их нелинейный ответ на разнообразие нагрузки, МКЭ является наиболее подходящим аппаратом для анализа НДС и динамики совокупностей костей скелета, позвоночника, черепа, суставов, хрящей, мышц. Существенная неоднородность и сложная геометрия биологических материалов, невозможность провести детальную визуализацию трехмерной структуры исследуемой ткани или органа и отсутствие достоверных данных о реологических параметрах тканей пока ограничивают возможности применения МКЭ для проведения расчетов в реальном времени для конкретного пациента, для расчета механического взаимодействия кости с имплантатом в условиях индивидуальной геометрии, возможной функциональной адаптации и перестройки костной ткани и других задач [69].

В *функциональной морфологии* МКЭ позволяет исследовать вопрос о том, насколько индивидуальная геометрия кости или сустава влияет на НДС при тех или иных условиях нагружения. При этом весьма существенна возможность быстро генерировать разные вариации геометрии и свойств кости на основе уже построенной КЭ-модели. Другим важным, хотя менее используемым способом, является определение НДС во внутренних областях кости при наличии данных о перемещениях в некотором наборе точек внешней поверхности [9]. Если датчики перемещений расположить по периметру сечения трубчатой кости, то можно оценить положение нейтральной оси, рассчитать сдвиговые или изгибные деформации, максимальные значения напряжений и деформаций по сечению [76]. МКЭ также незаменим при сравнительных исследованиях механического поведения элементов НДС или скелета в целом, различной конструкции НДС, для тестирования биомеханических гипотез в эволюционных моделях. МКЭ используется для исследования поведения и функционального значения отдельных элементов НДС, позволяя сравнивать модели, в которых тот или иной

элемент присутствует или отсутствует, либо варьировать его форму в соответствии с анатомическими данными. МКЭ позволяет понять значение таких эволюционно подвижных образований как твердое небо, глазничные дуги, шовные соединения в черепе и нижней челюсти и других. Уникальная возможность МКЭ состоит в создании элементов ОДС, которые отсутствуют у известных науке типов животных, позволяя тем самым изучить эволюционные изменения как возможные адаптационные перестройки.

Сочетание МКЭ с методами механики разрушений позволяет разрабатывать **модели разрушения биоматериалов** и предсказывать характер разрушения [90, 91]. Такие модели требуют детальной информации о внутренней структуре и реологических свойствах кости, а также определенных представлений о разрушении кости как армированного композитного материала и механизмах распространения трещин. Начальной моделью для губчатой кости может служить гексагональная сеть (рис.3а), которая затем модифицируется путем рандомизации толщин и положений осей отдельных трабекул (рис.3б) и сглаживания углов образовавшихся многоугольников (рис.3в). Введение модели трабекулярной структуры кости позволяет создавать искусственные губчатые материалы (рис.4) для последующей пересадки, например, в полости, остающиеся после удаления опухоли, при сложных переломах и др. [40].

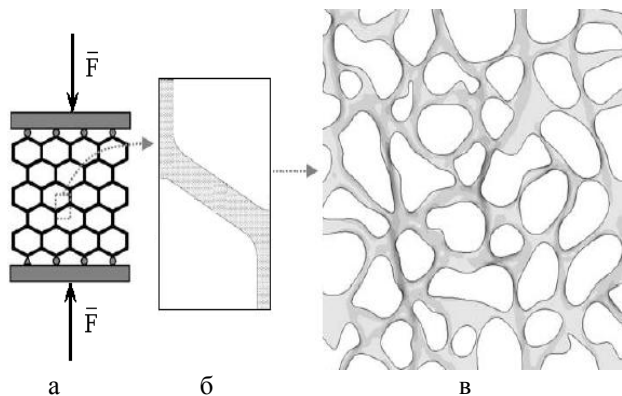


Рис.3. Модель губчатой костной ткани для КЭ расчетов: регулярная сетка (а), элемент конструкции (б), нерегулярная модель со случайными вариациями толщин и углов (в).

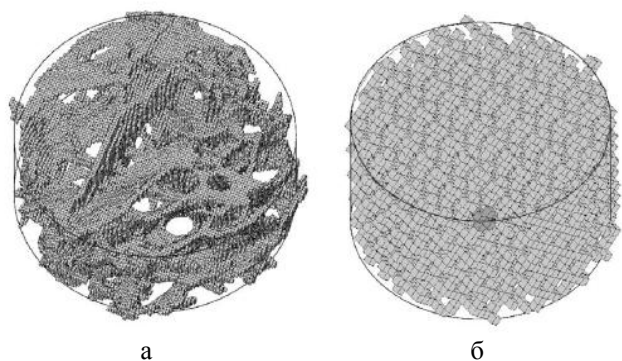


Рис.4. Пример структуры губчатой костной ткани (а) и ее искусственного заменителя (б).

При расчетах МКЭ **трещина** обычно моделируется путем удаления одного или нескольких КЭ из области, в которой $\sigma > \bar{\sigma}$, где $\bar{\sigma}$ – предел прочности в данной точке. Распространение трещины моделируется последовательным удалением КЭ в соответствии с направлениями максимальных напряжений в окрестности конца трещины. Результаты расчетов могут быть проверены непосредственно в экспериментах *in vitro*.

Кость является пьезоэлектрическим материалом, поэтому механические напряжения посредством **пьезоэффекта** могут регулировать активность клеток кости, управляя, таким образом, ростом и структурными перестройками в костной ткани [1]. МКЭ позволяет учитывать сопряженность механических, электрических явлений и процессов на клеточном уровне, рассматривая кость как пьезоэлектрический материал и вводя определенные законы появления и исчезновения КЭ (деятельность остеокластов и остеобластов, синтезирующих и растворяющих костное вещество) в соответствии с распределением плотности энергии деформации материала (strain-energy-density). Моделирование механоэлектрических процессов и их влияния на рост и перестройку кости с помощью МКЭ показало, что при этом получаются паттерны строения компактной и губчатой тканей, соответствующие результатам экспериментальных исследований на костях растущих животных [75]. Таким образом, МКЭ дает удобный инструмент для проверки гипотез о закономерностях структурных перестроек, роста и адаптации биологических тканей [75, 88].

Одно из преимуществ МКЭ состоит в возможности расчетов НДС и моделирования перемещения всех элементов ОДС, даже тех, которые **недоступны для прямых измерений**. *In vivo* измерения перемещений проводятся с помощью специальных датчиков, которые размещаются, как правило, на периостальной поверхности кости, в то время как эндостальная поверхность недоступна для прямых измерений [71–74]. Поскольку во внутренней области кости находятся мезенхимные стволовые клетки, которые обеспечивают образование клеток кости – остеобластов, остеокластов, – то представляет значительный интерес исследование механических условий их роста и функционирования. МКЭ позволяет сделать это, основываясь на достоверной КЭ-модели и результатах измерений *in vivo* или *in vitro* на периостальных поверхностях костей [74, 78].

Одна из важных задач биомеханики ОДС связана с выяснением **функциональных последствий**, вызванных значительными гистологическими и морфологическими вариациями строения элементов ОДС у разных индивидов, при различных патологиях и особенностях развития врожденных патологий, для

диагностики, контроля, прогноза и оптимизации процессов лечения и реабилитации [25]. Выяснение взаимосвязи структуры и функции важно для приложений, ориентированных на клиническое использование, при исследовании механизмов развития патологий ОДС, которые связаны с определенным механическим нагружением скелета, для разработки методик поддержания нормальной функции ОДС в ходе длительных космических полетов, а также для анализа биомеханики ОДС вымерших животных, окаменелые элементы скелетов которых обнаруживаются при археологических раскопках.

Предполагается, что свойства компактной и губчатой костной ткани, хряща, мышц у **вымерших животных** описываются теми же реологическими зависимостями напряжение–деформация, что и у современных [41, 59]. Хорошие примеры детальных расчетов МКЭ, полезные для проведения сравнительного анализа, представлены для черепов птерозавров [28], динозавров [65, 66, 79] и ряда позвоночных [60]. Результаты исследований подтвердили огромное функциональное значение структурной морфологии черепа, выявили физиологические диапазоны и виды деформаций, которые испытывает череп при естественных нагрузках [61, 62, 93, 95].

Исследование биомеханики зубов и черепа вымерших животных позволяет описать такие важные характеристики как рацион питания и история развития исследуемого животного, экологическая обстановка имевшая место в период его жизни и структура социальной группы, к которой он принадлежал [51, 73]. Возможности и дальнейшие перспективы использования МКЭ для исследований в теоретической биологии, зоологии, палеонтологии, антропологии трудно переоценить [18, 27].

Таким образом, исследование взаимоотношения формы и функции, в частности, эндо- и экзоскелета представляет интерес для врачей, физиологов, механиков, инженеров, антропологов, палеонтологов, и МКЭ представляет удобный инструмент для проведения необходимых расчетов. Однако необходимо четко представлять возможности метода и связанные с этим его преимущества и ограничения.

3. Задание геометрии объекта. На первом этапе создания геометрической модели следует принять решение о выборе модели (1d, 2d или 3d). Для построения модели форма исследуемого объекта должна быть определена и задана в цифровой форме, так чтобы координаты любой точки поверхности могли быть вычислены по данным измерений. Это возможно, например, путем аппроксимации формы объекта совокупностью простых геометрических форм – сегментов сферических, конических, цилиндрических поверхностей, геометрия которых может быть задана разными способами (рис.5). Современные системы автоматизированного компьютерного

дизайна (CAD-программы) позволяют достаточно быстро построить геометрические формы, весьма хорошо имитирующие биосистемы. Например, трубчатые кости могут моделироваться набором усеченных конусов, а позвонки с межпозвоночными дисками – наборами параллелепипедов и усеченных призм (рис.5 а,б). Для более детального задания формы тела необходимо определить координаты его поверхности в некоторой неподвижной системе отсчета. При исследованиях костей с этой целью можно или использовать оцифрованные 2d **рентгеновские изображения**, выполненные в нескольких проекциях, чтобы на них попали основные детали БС, или же использовать результаты **компьютерной томографии** (КТ) – выполненные с заданным шагом послойные изображения БС (рис.5в).

При наличии серии 2d КТ-изображений (рис.6а), на каждом из них проводится фильтрация, контрастирование, распознавание контрастных границ и оцифровка их точек в виде набора координат $\{(x_j, y_j, z_j)\}_{j=1}^N$, который затем аппроксимируется семействами достаточно гладких функций для получения непрерывных контуров (рис.6 б). Затем распознанная последовательность контуров располагается в параллельных плоскостях в соответствии с шагом сканирования (рис.6в) и проводится аппроксимация и сглаживание (рендеринг) внешней поверхности получившейся в итоге 3d модели (рис.6г).

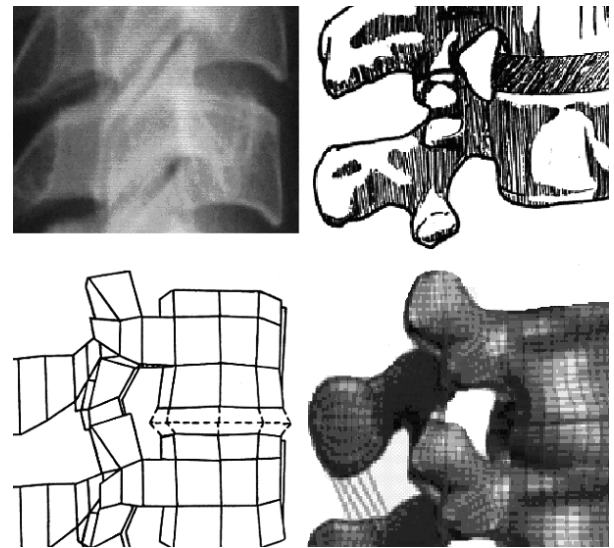


Рис.5. Рентгеновое изображение (а) и схема соединения двух позвонков (б), а также соответствующие КЭ модели: (в) – состоящая из параллелепипедов и призм (по работе [63]) и (г) – восстановленная по КТ (база данных <http://jwi.charite.de/>).

Поверхность исследуемого тела может быть оцифрована 3d сканером, в котором координаты точек поверхности определяются с довольно высоким разрешением, автоматически строится

каркасная модель (wireframe model) тела, преобразующаяся непосредственно в КЭ-модель [70]. Недостатком таких измерений является отсутствие данных о внутренней геометрии.

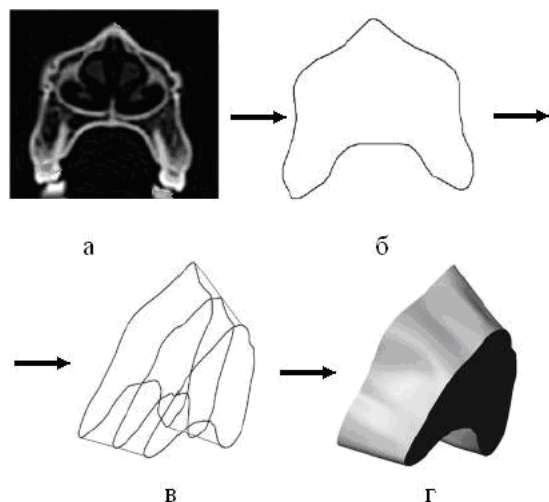


Рис.6. Последовательные стадии задания геометрии исследуемого объекта по КТ (пояснения в тексте).

Внутренняя структура кости может быть введена в модель по данным КТ, например, путем определения границ между компактной и губчатой костной тканью, костью и эндопротезом, участками нормальной и патологически измененной ткани, которым затем следует назначить разные реологические модели.

В последнее время наиболее привлекательным неинвазивным методом исследования является *магниторезонансная томография* (МРТ). При этом изображение отсканированных биологических тканей получается в виде набора вокселей (voxel, 3d аналог пиксела), что позволяет с высокой степенью точности описать геометрию исследуемого тела (рис.7). Основные трудности метода связаны с распознаванием внутренних поверхностей и границ раздела (например, кость–воздух в черепной коробке, кость–жидкость или гель–золь) [60, 99]. Кроме этого, детальное задание геометрии требует более точного определения механических характеристик, что представляет значительные трудности, особенно для вокселей, расположенных внутри живой ткани.

После восстановления геометрии задается разбиение области, занятой телом, на сетку, которая представляет собой совокупность КЭ различных видов с общими узлами. В качестве примера приведены результаты для черепной коробки обезьяны (рис.8) и для некоторых костей человека (рис.9). На первом шаге численное решение проводится для крупных КЭ, а затем проводится уточнение решения путем задания все более мелких КЭ до достижения нужной точности расчетов (рис.10).

Крайне важным для расчетов НДС кости является учет ее трабекулярной структуры. Был разработан *метод микроконечных элементов*, который основывается на 3d МРТ изображениях

[19]. Специальные мощные КЭ-процессоры (Patran) распознают границы областей на томографических изображениях сканируемого объекта и проводят автоматическую разбивку области на КЭ [97].

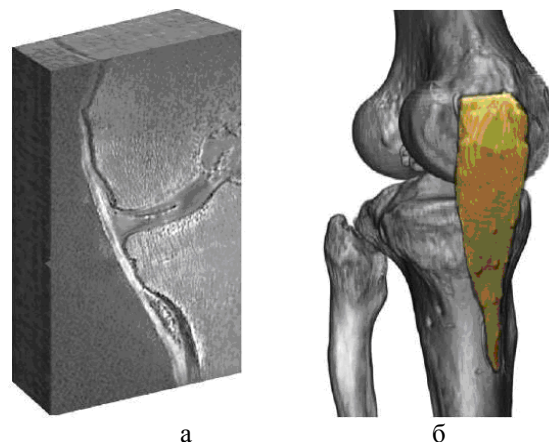


Рис.7. Изображения коленного сустава, полученные с помощью магниторезонансной компьютерной томографии: а – 2D одного из сечений, б – восстановленная 3D форма (по данным [88]).

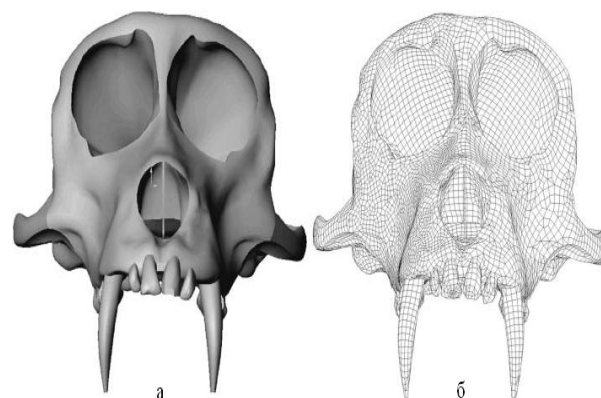


Рис.8. Восстановленная по данным компьютерной томографии модель черепа (а) и соответствующая КЭ-сетка (б) (по данным [69]).

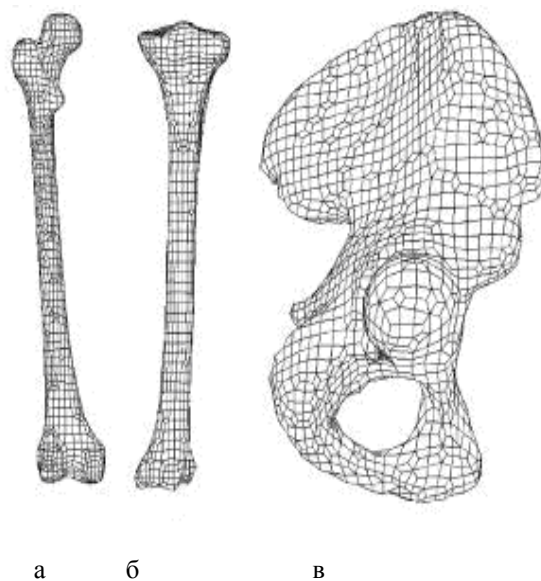


Рис.9. Пример автоматического задания сетки КЭ по данным КТ для бедренной (а), большеберцовой (б) и тазовой (в) кости человека (по данным [87]).

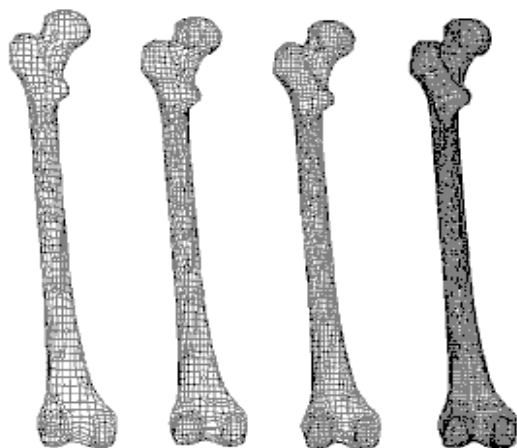


Рис. 10. Пример измельчения сетки для расчетов НДС бедренной кости (по данным [87]).

Сочетание сложной геометрии и реологии биоматериалов, а также значительные индивидуальные вариации формы и механических свойств тканей приводят к тому, что, во-первых, практически невозможно построить модель, которая была бы пригодна для разных здоровых испытуемых и, тем более, — для пациентов с различными вариантами патологических изменений геометрии и свойств исследуемой области. Во-вторых, при желании как можно более точно описать систему, то есть при разбиении области на большое число малых КЭ, получаются задачи, которые нельзя решать в реальном времени даже с помощью суперкомпьютеров [32]. Поэтому необходимая степень детализации модели должна быть продумана, исходя из наличия и точности измерения всех необходимых для расчетов параметров и имеющегося для принятия решения времени.

Один из плодотворных способов быстрого задания геометрии объекта связан с разработкой пакетов, в которых в МКЭ интегрированы возможности задания индивидуальных вариаций геометрии того или иного унифицированного объекта (geometric morphometrics) [102]. При таком подходе можно, используя базу геометрических 3D данных, исследовать индивидуальные, ростовые или патологические вариации геометрии объекта путем изменения числа определенного числа КЭ, расположенных на внешних и внутренних поверхностях исследуемого биообъекта.

4. Задание реологических свойств КЭ. Важным аспектом применения МКЭ в биомеханике является адекватный выбор реологических параметров, назначаемых КЭ. К примеру, кость проявляет значительную вариабельность плотности, локального типа анизотропии, числа и значений модулей упругости и вязкости, времен релаксации напряжений и деформаций. Трубочатая кость ортотропна и имеет большой модуль упругости (жесткость) в продольном направлении (вдоль оси кости), чем в радиальном и окружном [68]. Однако во многих случаях требуется более детальная информация о неоднородности кости (наличии

включений), типе анизотропии и минимальном числе реологических коэффициентов, необходимых для его описания, например, для костей сложной формы, костей черепа, систем кость–имплантат [58, 77].

Один из возможных подходов связан с рассмотрением простейшей модели, например, кости как изотропного линейноупругого материала, а значения модулей упругости для отдельных групп КЭ назначаются на основе данных измерений с учетом неоднородности моделируемого тела. Одним из перспективных методов измерения поля перемещений *in vivo* при различных постоянных и переменных внешних нагрузках, включая вибрацию, является лазерная интерферометрия (laser speckle interferometry) [97].

В последнее время активно используется метод **нанометок** (nanoindentation), который представляет собой мощный современный инструмент исследования механических свойств объекта на микроуровне [78]. Измерительный прибор включает в себя устройства для задания силы (перемещения) и регистрации перемещения (силы). Схема исследования состоит в том, что заостренный кончик жесткого щупа с известными свойствами (алмаз) прижимается с некоторой силой к материалу, свойства которого неизвестны. По мере увеличения силы, конец щупа входит в материал и оставляет на нем метку, и при этом соответствующая нагрузка P на щуп фиксируется. С помощью микроскопа определяется площадь S оставленной метки, которая имеет размер $\sim 1-10^3$ нм, а модуль Юнга материала в окрестности метки вычисляется как $E=P/S$ [101]. В определенном диапазоне нагрузок следует также рассматривать нелинейные и пластические деформации, однако подавляющее большинство исследований МКЭ в биомеханике и ортопедии выполнено на основе модели кости как линейноупругого материала.

В случае, если измерение реологических параметров невозможно, например, для костей вымерших или исчезнувших животных, для расчетов могут быть использованы значения параметров тех же костей сходных животных. Например, при расчетах НДС костей и черепа динозавров используются данные, полученные на костях быка, слона, носорога [64–56]. Сходный подход применим для качественного анализа НДС элементов ОДС животных и человека [94], или значений вязкоупругих параметров, осредненных по массиву экспериментальных данных, полученных на костях разных типов, зубах, связках, хрящах [27, 85]. Особый интерес при этом представляет качественное исследование влияния на результаты расчетов вариаций реологических параметров в физиологических диапазонах значений.

В идеальном случае МКЭ-модель разрабатывается на основе геометрии конкретной кости, реологические свойства которой тут же исследуются экспериментально, как, например, в

работе [53]. Специальные исследования влияния изотропии и однородности материала на результаты расчетов показывают, что различия реологических свойств КЭ при неизменной геометрии образца приводят к различиям в характере распределения напряжений и деформаций [53, 85]. При этом лучшее соответствие экспериментам *in vivo* обнаруживается при использовании реологических моделей неоднородных анизотропных материалов. Таким образом, хотя получение детальной информации о параметрах костной ткани, хряща, мышц и других мягких тканей является чрезвычайно сложной и требующей больших затрат процедурой, она представляется оправданной, если требуется провести детальные расчеты НДС, причем количественные значения важны для диагностики или принятия решения по хирургическому вмешательству. Кроме этого, подобные измерения позволяют постепенно накапливать базу данных, проводить сравнительный анализ результатов, разрабатывать библиотеки моделей биологических материалов для использования их в МКЭ-пакетах. При использовании осредненных значений реологических коэффициентов, при рассмотрении однородных изотропных упругих материалов следует помнить, что результаты расчетов МКЭ являются лишь качественными, и позволяют получить общие представления о характере распределения напряжений и перемещений, об участках концентрации напряжений, численные значения которых в реальном образце могут отличаться от расчетных на порядки! Если возможно проведение экспериментов по нагружению исследуемой БС, то одним из методов учета анизотропии материала является – на первом шаге – проведение расчетов по изотропной модели, а на втором шаге – подгонка ориентации направлений максимальной жесткости модели с ориентацией главных направлений тензора напряжений в точке [72].

Значительную сложность представляет вариабельность реологических свойств как разных участков кости, так и костей разных индивидов [57, 58, 100]. Главные оси ортотропии костной ткани могут не совпадать с анатомическими осями, что также создает значительные трудности при моделировании [70].

5. Особенности задания нагрузки. В силу сложной геометрии костей, поверхностей суставов и сегментов тела их нагружение сложно и неоднозначно, поэтому по возможности более точное задание внешней нагрузки в биомеханике не менее важно, чем точное определение геометрии и реологических коэффициентов. Предложены и проанализированы разные способы задания нагрузки: от гипотетических сил, действующих на зубы, челюсти, череп вымерших динозавров вдоль предполагаемого направления соответствующих мышц [65–67] до высокоточных методов контролируемого *in vivo* с помощью миографии нагружения кости или сустава каждой мышцей

[78]. В первом случае распределение нагрузки задается, исходя из геометрии соприкасающихся поверхностей, например, поверхностей костей в суставах, верхних и нижних зубов при раскусывании пищи. Примеры различного приложения сил к КЭ модели представлены на рис.11.

Определение сил в биомеханике представляет значительные трудности. Если исследуется НДС элемента ОДС, то невозможно точно задать реальную внешнюю нагрузку, распределенную на поверхностях сложной формы, таким образом, чтобы равнодействующая всех сил равнялась нулю. Это приводит к тому, что при нагружении модель будет перемещаться в пространстве за счет ненулевой равнодействующей силы, и расчетное НДС будет отлично от реального. В этом случае задают **дополнительные условия закрепления** модели в нескольких, физиологически разумно выбранных точках (например, для нижней конечности – на стопе, для верхней конечности – на плече). При наличии сосредоточенных сил, создаваемых, например, мышцами в местах их закрепления, или внешними устройствами, вводятся узлы КЭ в точках приложения сил.

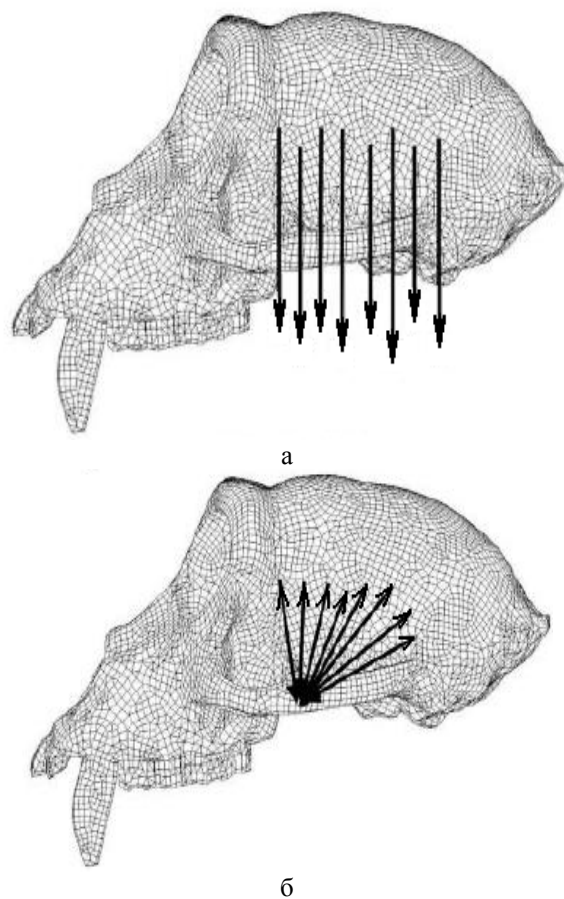


Рис.11. Различные варианты распределения сил, создаваемые мышцей, на модели черепа обезьяны (по данным [70]).

Поскольку узлы КЭ могут обладать как поступательными, так и вращательными степенями свободы, постановка задачи МКЭ допускает

введение ограничений (кинематических граничных условий) на те или иные степени свободы (поступательные и вращательные). Важно, чтобы в результате задания граничных условий перемещения и вращения тела в целом были ограничены. При неудачном выборе модели расчеты могут привести к нереалистичному выводу о том, что очень большие напряжения сконцентрированы в малой области вблизи некоторого набора узлов. Таким образом, условия ограничения следует налагать на некотором удалении от исследуемых участков, чтобы избежать локальных эффектов.

В функциональной морфологии особенно важным остается вопрос о связи заданных условий нагружения с *динамическим поведением* той или иной системы. Поскольку динамические граничные условия включают задание точек приложения, величины и направления приложенных сил, то чувствительность расчетов к вариациям положения точек приложения, направлений и величины сил, как отдельно, так и в комбинации, должна быть детально исследована на каждой конкретной геометрической модели. Задание области приложения и направления мышечных сил основано на анатомических данных. Трудность здесь связана с различной ориентацией мышечных волокон и протяженной областью их крепления, например, в случае многонервных мышц. Здесь часто используется упрощенный подход, при котором рассматривается система параллельных сил, приложенных в некотором числе узлов модели (рис.11 а), однако это может приводить к искажению картины НДС. К тому же сокращение некоторых мышц (жевательная, височная) неоднородно как по величине силы, так и по моменту начала сокращения волокна (по времени).

В силу этого вопрос о динамических условиях нагружения остается пока мало изученным.

Определение величины внутренних для БС (мышечных) сил *in vivo* чаще всего основано на *миографических измерениях*. При изучении вымерших животных оценка силы производится, исходя из оценок поперечного сечения мышц, а также миографических измерений на животных сходной массы и строения. Наиболее точные данные получаются при объединении миографических данных с результатами измерений поперечных сечений мышц, возможного расположения участков крепления мышц к кости и аллометрических соотношений между костной и мышечной массой.

Внешние силы, такие как силы, создаваемые при раскусывании пищи, при удержании груза, при воздействии центрифуги и другие могут быть измерены с помощью тензодатчиков. Силы реакции опоры при стоянии и движении регистрируются с помощью специальных приборов (постурографы, подографы, тензометрические стельки). Информация о распределении внешней нагрузки может быть измерена *in situ* с помощью сенсорных пленок, которые представляют собой полимерную основу с нанесенной на нее системой микро-тензодатчиков. Малая толщина пленки (~0.1 мм) позволяет проводить измерения в полостях, на поверхностях сложной формы, в тонких щелях и регистрировать напряжения в диапазоне 600 Па – 175 МПа. При хорошем контакте пленки с исследуемой поверхностью можно считать, что полученные данные соответствуют полю нормальных напряжений. На рис.12 представлены некоторые возможности использования таких датчиков нагрузки при использовании их в биомеханике ОДС, ортопедии, эргономике.

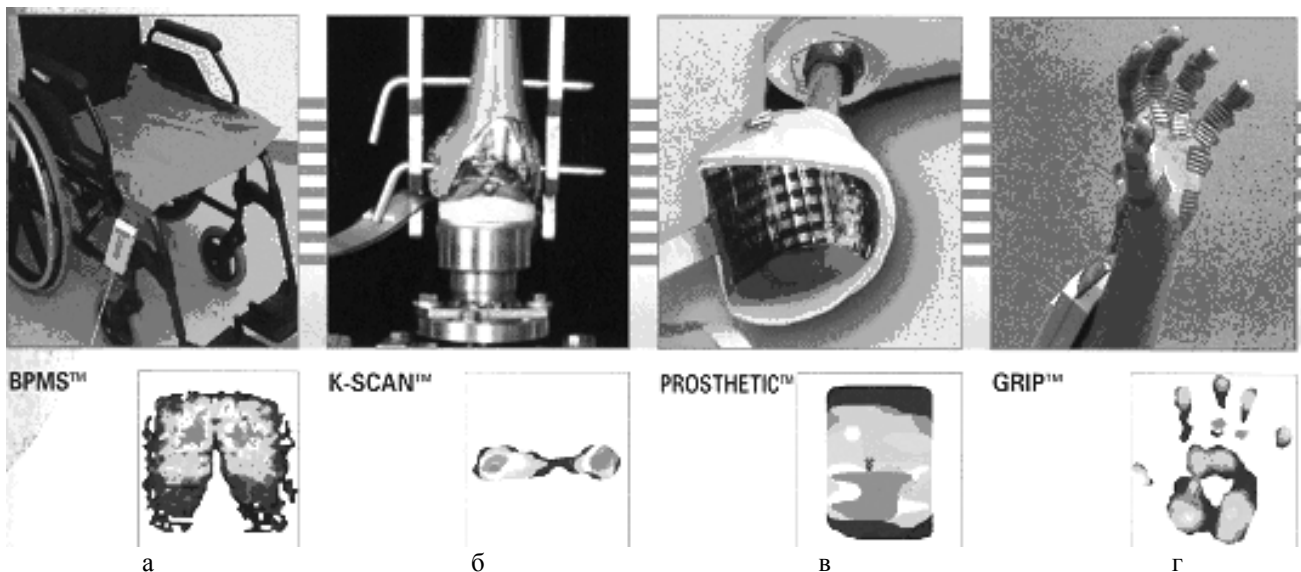


Рис.12. Использование сенсорных пленок для исследования распределения напряжений в инвалидном кресле (а), на стопе человека в процессе ходьбы (б), на поверхности эндопротеза (в), на кисти руки при удержании предметов (г) [www.teskan.com].

Детальное исследование чувствительности МКЭ расчетов к *распределению нагрузки* по контактной поверхности представлено в [53, 73] для челюсти обезьяны. Изменение ориентации внешней силы, числа степеней свободы и условий в узлах КЭ приводит к заметным различиям в результатах расчетов НДС, причем небольшие изменения угла, под которым приложена нагрузка, приводят к заметным изменениям поля перемещений кости. Расчеты влияния нагрузки на нижнюю челюсть со стороны жевательных мышц показали, что информация о *распределении поперечных сечений мышцы* более важна, чем данные электромиографии и значения времен запаздывания (латентный период) для получения реалистичных полей перемещений [73, 74]. Насколько общим является полученный взвод, остается пока неясным.

Аналогичные результаты, свидетельствующие о чрезвычайной важности задания ортопедической силы, получены и на КЭ модели черепа человека [89]. Расчеты поля напряжений в черепе при приложении к первым молярам верхней челюсти силы в 10 Н в различных направлениях показали существенные различия в распределении напряжений и в расположении участков с максимальными напряжениями.

Таким образом, дальнейшее исследование *чувствительности МКЭ* к вариациям геометрии, выбору реологической модели и заданию граничных условий является весьма актуальным и крайне необходимым для проверки применимости модели.

6. Валидация модели. Проверка достоверности результатов численных расчетов состоит в сопоставлении характера полученных распределений с результатами измерений *in vivo* или на образцах *in vitro*. В связи с определенными трудностями в постановке экспериментов, необходимых для проведения измерений, детальные данные о НДС костей, необходимые для валидации предложенной модели, содержатся лишь в относительно небольшом числе работ [21, 22, 47, 80]. Таким образом, разработка адекватных КЭ-моделей представляет собой важную задачу, поскольку результаты расчетов НДС имеют обширные практические приложения в стоматологии и ортопедии, спортивной и эргономической биомеханике, и достоверные численные расчеты или, по крайней мере, оценка погрешности численных расчетов, выполненных с использованием той или иной КЭ-модели, чрезвычайно важны в этой области.

Прямые измерения деформаций объекта *in vivo*, выполненные с помощью датчиков перемещений, и эксперименты *in vitro* (на трупном материале) важны для оценки достоверности расчетов МКЭ. Измерения *in vivo* позволяют контролировать естественную нагрузку и, таким образом, обеспечить адекватное задание граничных условий. Эксперименты *in vitro* позволяют измерить реологические параметры и достаточно точно

задать геометрию объекта, в том числе и его внутренние поверхности, например, путем послойных распилов кости. Однако следует помнить, что датчики перемещений позволяют измерять значения параметров в плоскости датчика, в то время как при МКЭ расчетах получаются значения вектора перемещений в 3d пространстве. Таким образом, сравнение экспериментальных и теоретических распределений перемещений можно проводить только после введения некоторых предположений о 3d-распределении перемещений вблизи точки измерения. Кроме этого, форма объекта, на котором проводятся измерения *in vivo*, может отличаться от той, которая была использована *in vitro* при задании геометрии, так что распределения перемещений в анатомически соответственных областях могут быть несопоставимы.

В областях с большими градиентами перемещений небольшие изменения геометрии или внешней нагрузки обычно приводят к значительным различиям в величине и направлении перемещений (например, в изогнутых надбровных дугах, на которые передается нагрузка от жевательных мышц, весьма значительная у хищников).

Результаты измерений *in vivo* деформаций черепа макаки [73, 85] и аллигатора [72] и бедренной кости мыши [78] были использованы для валидации КЭ-моделей. Другая возможность – использование осредненных экспериментальных данных, полученных на аналогичных костях [53, 73]. Валидация КЭ-модели черепа макаки была проведена весьма тщательно, на основе измерений *in vivo* в большом числе точек на черепе. Для валидации модели изгиба бедренной кости мыши использовались данные периостальных измерений деформаций в точках нагружения для выяснения зависимости напряжение–деформация [78]. В модели определялось отношение пиковой периостальной деформации к максимальной эндокортикальной в точке нагружения и затем, используя это отношение, оценивалась зависимость силы от эндокортикальной деформации. Результаты измерений *in vitro* на костях чрезвычайно важны для валидации моделей МКЭ, поскольку условия экспериментов позволяют контролировать большее значение геометрических, реологических и механических (НДС) параметров. При всей очевидности этого утверждения, в некоторых случаях результаты расчетов МКЭ дают распределения, которые в большей степени соответствуют результатам измерений *in vivo*, чем *in vitro* [53, 73, 85]. Вероятно, это определяется и сложностью геометрии образца, и действующими силами, что определяет большее разнообразие динамических режимов нагружения. В последнее время эта проблема интенсивно изучается.

7. Исследование процессов роста и морфогенеза МКЭ. Одним из интересных приложений МКЭ в биомеханике является моделирование ростовых деформаций и морфогенетических трансформаций

растущего эмбриона, поверхностного роста плоских костей, внутреннего роста и адаптационных перестроек костей конечностей, дегенеративных перестроек позвоночника и других нормальных и патологических процессов, связанных с разными типами роста (объемным, поверхностным, внутренним и смешанным). Пионерские работы в этой области связаны с выяснением влияния предыстории нагружения кости на характер ее кальцификации [15–17]. Известно, что сжимающие нагрузки угнетают, а растягивающие – стимулируют рост, поэтому вид нагружения (разные комбинации растяжения, сжатия, сдвига, кручения, изгиба) могут тем или иным образом влиять на рост, что приведет к формированию в ходе роста определенной геометрии и микроструктуры кости. Это влияние определяется полем напряжений в растущей кости. Поскольку ростовые процессы имеют существенно большие характерные времена, чем время релаксации напряжений, расчеты МКЭ должны проводиться в два этапа. На первом этапе по заданной геометрии, строению, реологическим характеристикам материалов и приложенной нагрузке определяется поле напряжений. На втором этапе на основе реологической модели растущего материала по значениям напряжений рассчитывается поле ростовых деформаций и определяется геометрия растущего тела на некотором шаге по времени. Затем снова проводятся расчеты поля напряжений для тела с уже измененной геометрией. Повторяя эти два этапа расчетов, в ходе итераций можно получить картину ростовых перемещений не только точек поверхности тела, но и его внутренних точек, включая поведение пор (увеличение или уменьшение пористости), что важно для исследования механических факторов остеопороза. При этом для валидации модели можно использовать результаты денситометрии (*in vivo* измерение плотности ткани).

С помощью МКЭ проводятся детальные исследования влияния внешней нагрузки на рост тела [14], моделируется рост мутантов и генетически модифицированных биообъектов, рост костей в аппаратах дистракционного остеосинтеза, развитие эмбриона [13, 20]. С помощью МКЭ исследовался рост круглых и прямоугольных пластин из биологического материала [2, 3].

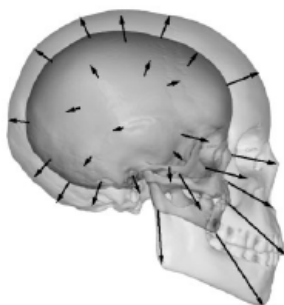


Рис.13. Неоднородное поле перемещений растущего черепа.

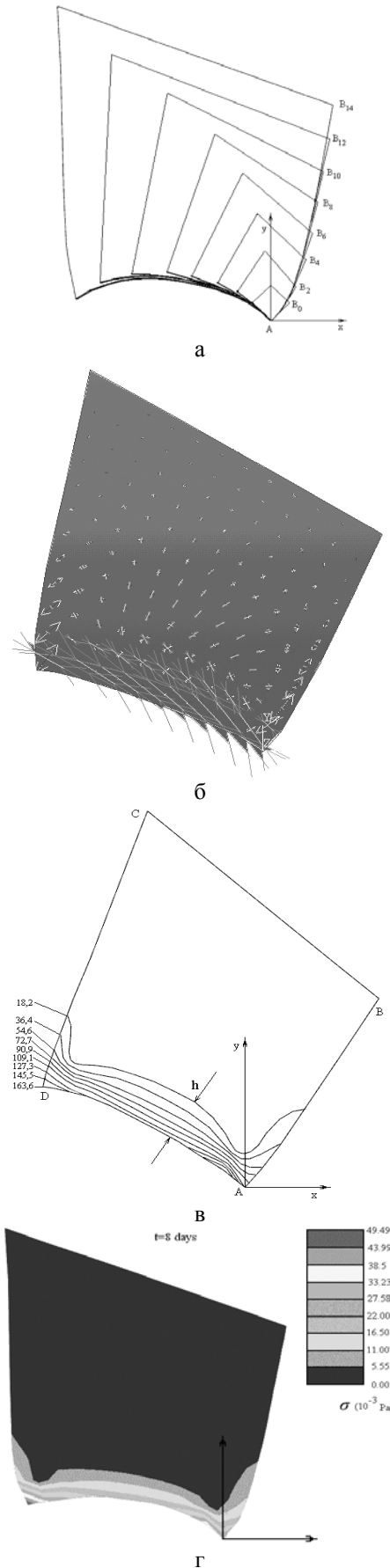


Рис.14. Деформации растущей пластины (а), главные направления тензора напряжений (б), изолинии напряжений (в), напряжения по Мизесу (г).

В качестве модели растущего материала часто используется модель линейной термоупругости. Путем введения ограничений ростовых деформаций по периметру пластины можно исследовать трансформации формы тела [43], причем эти трансформации соответствуют классической задаче о прогибе нагруженной круглой пластины. Если реологические параметры растущего материала неизвестны, сопоставление расчетов с результатами экспериментов на растущих объектах позволяет провести идентификацию параметров реологических моделей материала [42, 44, 45].

Проведены расчеты влияния сокращения мышц, давления во внутрочерепной полости, сил реакции в зоне расположения атланта, на поверхностях зубов при раскусывании или пережевывании пищи на развитие черепа [60, 99]. Для валидации КЭ-модели использовались имеющиеся в литературе результаты длительных наблюдений за изменениями формы черепа разных видов животных и человека в ходе онтогенеза.

Измерения, проведенные для черепов приматов, свиней, аллигаторов, овец, человека, подтверждают наличие градиентов поля ростовых деформаций (рис.13), механизмы поддержания которого могут быть связаны с особенностями геометрии черепа, реологических свойств тканей и характера нагружения [38, 50, 64, 71, 72]. Интересные вопросы в этой области связаны с выяснением функционального значения структурных перестроек, происходящих в ходе онто- и филогенеза. Аналогичные закономерности обнаружены в растущих растительных тканях и органах, которые представляют собой армированные волокнами биоконструкты с оптимальными свойствами [2, 3] (рис.14).

8. Заключение. Таким образом, МКЭ стал одним из самых мощных и широко используемых методов численных расчетов, моделирования и оптимизации в биомеханике, эргономике, биомедицинской инженерии, клинической и спортивной медицине. Он позволяет исследовать НДС клеток и внутриклеточных структур, совокупностей клеток и тканей, органов и организмов в целом, с учетом сложности их реальной геометрии, механических свойств и действующих нагрузок. Он позволяет генерировать и тестировать самые разные биомеханические гипотезы, конструировать и оптимизировать форму и размер эндопротезов, фиксаторов и других ортопедических устройств.

К настоящему времени не все трудности в определении формы БС, ее реологических свойств, условий закрепления и нагружения, сил реакции и трения в суставах до конца исследованы, поэтому во многих вопросах нет устоявшихся методик задания параметров и валидации расчетов. Результаты расчетов по КЭ-модели лучше использовать для сравнительных исследований. Например, для изучения воздействия той или иной хирургической операции, ростовых или возрастных

изменений, при сравнительном анализе элементов ОДС со сходной геометрией у разных индивидов или у эволюционно различных видов, у живущих и вымерших животных. В рассчитанных полях напряжений и перемещений крайне важны относительные значения величин, в то время как их абсолютные значения могут оказаться далеки от результатов экспериментов и наблюдений, что связано с перечисленными выше трудностями. Одним из перспективных проектов является создание patient-specific виртуальной модели (virtual physiological human project) какой-либо из физиологических систем человека или животного: ОДС, сердечно-сосудистой, дыхательной, зубо-челюстной и др., что напрямую связано с использованием МКЭ и требует дальнейшего развития методов КТ и МРТ, экспериментальных и неповреждающих методов исследования свойств БС и дальнейшего усовершенствования мощности компьютерной техники.

ЛИТЕРАТУРА

1. Авдеев Ю.А., Регирер С.А. Электромеханические свойства костной ткани. *Соврем. пробл. биомеханики*. Рига. – 1985. – вып.2. – С.103–131.
2. Кантор Б.Я., Кизилова Н.Н. Деформации круглой пластины из растущего биоматериала при ограничении роста. *Теоретич. и прикл. механика*. – 2003. Вып. 37. – С.130–135.
3. Кантор Б.Я., Кизилова Н.Н. Исследование плоского напряженно-деформированного состояния растущих биологических материалов при ограничении роста. *Вестник ХНУ. Сер. "Математика, прикл. математика и механика"*. – 2003. – N52 (582). – С.107–120.
4. Кантор Б.Я., Мисюра Е.Ю. Метод конечных элементов в задачах биомеханики сердца. *Медицина и ...* – 2004. – N 1(10). – С. 23–31.
5. Лойцянский Л.Г. *Механика жидкости и газа*. М.-Л. – 1950. – 904с.
6. Ляв А. *Математическая теория упругости*. М.-Л. – 1935. – 675с.
7. Работнов Ю.Н. *Механика деформируемого твердого тела*. – М.:Наука. – 1979. – 744с.
8. Сегерлинд Л. *Применение метода конечных элементов*. – М.:Мир. – 1979. – 392с.
9. Babaeizadeh S., Brooks D.H., Isaacson D. 3-D electrical impedance tomography for piecewise constant domains with known internal boundaries. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* – 2007. – v.54,N1. – P.2–10.
10. Biewener A.A., Dial K.P. In-vivo strain in the humerus of pigeons (*Columba livia*) during flight. *J.Morphol.* – 1995. – v.225. – P.61–75.
11. Blob R.W., Biewener A.A. In vivo locomotor strain in the hindlimb bones of Alligator mississippiensis and Iguana iguana: implications for the evolution of limb bone safety factor and non-sprawling limb posture. *J.Exp.Biol.* – 1999. – v.202. – P.1023–1046.

12. Braun M. Configuration forces induced by finite-element discretization. *Proc. Estonian Acad. Sci., Ser. Phys. Math.* – 1997. – v.46,N1/2. – P.24–31.
13. Brodland G.W., Clausi D.A. Embryonic tissue morphogenesis modelled by FEM. *ASME J. Biomech. Eng.* – 1994. – v.116. – P.146–155.
14. Cao Kh. D., Grimm M.J., Yang K.-H. Load sharing within a human lumbar vertebral body using the finite element method. *Spine.* – 2001. – v.26,N12. – P.253–260.
15. Carter D.R., Harris W., Vasu R., Caler W. The mechanical and biological response of cortical bone to in vivo strain histories. In: *Mechanical properties of bone.* Cowin S.C. (ed.). New York: American Society of Mechanical Engineers. – 1981. – P.81–92.
16. Carter D.R. Mechanical loading history and skeletal biology. *J.Biomech.* – 1987. – v.20. – P.1095–1109.
17. Carter D.R., Beaupre G.S. *Skeletal function and form.* Cambridge: Cambridge University Press. – 2001.
18. Cattaneo P.M., Dalstra M., Melsen B. The finite element method: a tool to study orthodontic tooth movement. *J. Dent. Res.* – 2005. – v.84,N5. – P.428–433.
19. Chi Y.K., Choi D.O., Kim J.S. et al The application of 3-D X-ray microtomography with FEM analysis for trabecular bone/cement interface. *IEEE Nuclear Science Symposium. Conference Record.* – 2003. – V.4. – P.3009–3013.
20. Clausi D.A. Embryonic tissue morphogenesis modeled by FEM. *J.Biomech. Eng.* – 1994. – v.116. – P.146–155.
21. Coleman J.C., Hart R.T., Owan I., Tankano Y., Burr D.B. Characterization of dynamic three-dimensional strain fields in the canine radius. *J. Biomech.* – 2002. – v.35. – P.1677–1683.
22. Coleman J.C., Hart R.T., Burr D.B. Reconstructed bone end loads on the canine forelimb during gait. *J. Biomech.* – 2003. – v.36. – P.1837–1844.
23. Cook R.D., Malkus D.S., Plesha M.E., Witt R.J. *Concepts and applications of finite-element analysis*, 4 ed. New York: John Wiley and Sons. – 2001.
24. Courant R. Variational methods for the solution of problems of equilibrium and vibrations. *Bull. Amer. Math. Soc.* – 1943. – v.49. – P.1–23.
25. Currey J.D. *Bones: structures and mechanics.* Princeton, NJ: Princeton University Press. – 2002.
26. Demes B. Use of strain gauges in the study of primate locomotor biomechanics. *Primate locomotion: recent advances.* Strasser E., Fleagle J., Rosenberger A., McHenry H., eds. New York: Plenum Press. P.237–254.
27. Dumont E.R., Piccirillo J., Grosse I.R. Finite element analysis of biting behavior and bone stress in the facial skeletons of bats. *Anat.Rec.* – 2005. – v.283A. – P.319–330.
28. Fastnacht M., Hess N., Frey E., Weiser H.-P. 2002. Finite element analysis in vertebrate paleontology. *Senckenbergiana Lethaea.* – 2002. – v.82. – P.195–206.
29. Fleagle J., Rosenberger A., McHenry H. (eds). *Primate locomotion: recent advances.* New York: Plenum Press. – 1998. – P.237–254.
30. Gurtin M.E. The nature of configurational forces. *Arch. Rational Mech. Anal.* – 1995. – v.131. – P.67–100.
31. Hart R.T. The finite-element method. In: *Bone mechanics.* Cowin S.C. (ed). Boca Raton: CRC Press. – 1989. – P.53–74.
32. Hart R.T. Thongpreda N. Van Buskirk W.C. Supercomputer use in orthopaedic biomechanics research: focus on functional adaptation of bone. *IEEE Eng.in Med.and Biol.* – 1988. – v.7,N4.–P.39–43.
33. Huiskes R., Chao E.Y. A survey of finite element analysis in orthopedic biomechanics: the first decade. *J. Biomech.* – 1983. – v.16,N6. – P.385–409.
34. Huiskes R., Nunamaker D. Local stresses and bone adaptation around orthopedic implants. *Calcif. Tissue. Int.* – 1984. – v.36.Suppl.1. – P.S110–117.
35. Huiskes R., Chao E.Y. Guidelines for external fixation frame rigidity and stresses. *J. Orthop. Res.* – 1986. – v.4,N1. – P.68–75.
36. Huiskes R., Boeklagen R.J. Mathematical shape optimization of hip prosthesis design. *J.Biomech.* – 1989. – v.22,N8–9. – P.793–804.
37. Hylander W.L. Stress and strain in the mandibular symphysis of primates: a test of competing hypotheses. *Am. J. Phys. Anthropol.* – 1984. – v.64. – P.1–46.
38. Hylander W.L., Picq P.G., Johnson K.R. 1991. Masticatory-stress hypotheses and the supraorbital region of primates. *Am. J. Phys. Anthropol.* – 1991. – v.86. – P.1–36.
39. Hylander W.L., Johnson K.R. 1997. In vivo bone strain patterns in the zygomatic arch of macaques and the significance of these patterns for functional interpretations of craniofacial form. *Am. J. Phys. Anthropol.* – 1997. – v.102. – P.203–232.
40. Jacques S.V.N., Van Oosterwyck H., Muraru L. Et al. Individualized, micro CT-based finite element modelling as a tool for biomechanical analysis related to tissue engineering of bone. *Biomaterials.* – 2004. – v.25. – P.1683–1696.
41. Kay R.F., Cartmill M. Cranial morphology and adaptations of Palaeochthon nacimienti and other paromomyidae (Plesiadapoidea Primates), with description of a new genus and species. *J. Hum. Evol.* – 1977. – v.6. – P.19–53.
42. Kizilova N.N. Identification of rheological parameters in models of growing continua. *EUROMECH Colloquium «Identification and Updating Methods of Mechanical Structures».* Book of Abstracts. – Prague. – 2002. – P.22.
43. Kizilova N.N. Analysis of stress distribution and leaf blade bending during bounded growth. *Summer Bioengineering Conference*, Royal Sonesta Resort, Key Biscayne, FL. – Books of Abstracts. – 2003.
44. Kizilova N.N. Constitutive equations and inverse problem solution in mechanics of growing biocomposites. *EUROMECH Colloquium 458. "Advanced Methods in Validation and Identification of Nonlinear Constitutive Equations in Solid Mechanics"*. Book of Abstracts. – Moscow: Moscow University Press. – 2004. – P. 47–48.
45. Kizilova N.N. Identification of rheological parameters of the models of growing biological

- continuous media. *J. Biomech.* – 2006. – vol.39, Suppl.1. – P.S351–S352.
46. Kizilova N., Geramy A. biomechanical modeling of 3d bone-implant interface for clinical applications. *Mechanics in Medicine*. vol.10. Korzynskiego M., Cwanka J. (eds). Rzeszow. – 2010. – P.93–102.
47. Kotha S.P., Hsieh Y.-F., Strigel R.M., Muller R., Silva M.J. Experimental and finite element analysis of the rat ulnar loading model: correlations between strain and bone formation following fatigue loading. *J. Biomech.* – 2003. – v.37. – P.541–548.
48. Levy S. Structural analysis and influence coefficients for delta wings. *J. Aeronaut. Sci.* – 1953. – v.20. – P.449–454.
49. Lauer S.K., Aron D.N., Evans M.D. Finite element method evaluation: articulations and diagonals in an 8-pin type 1B external skeletal fixator. *Veterinary Surgery*. – 2000. – v.29. – P.28–37.
50. Lieberman D.E., Krovitz G.E., Yates F.W., Devlin M., St Claire M. Effects of food processing on masticatory strain and craniofacial growth in a retrognathic face. *J. Hum. Evol.* – 2004. – v.6. – P.655–677.
51. Macho G.A., Shimizu D., Jiang Y., Spears I.R. Australopithecus anamensis: a finite element approach to studying the functional adaptations of extinct hominins. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283 (Part A). – C.310–318.
52. Mackerle J. Some remarks on progress with finite-elements. *Comp. Struct.* – 1995. – v.55. – P.1101–1106.
53. Marinescu R., Daegling D.J., Rapoff A.J. Finite element modeling of the anthropoid mandible: the effects of altered boundary conditions. *Anat.Rec.* – 2005. – v.283A. – P.300–309.
54. Maugin G.A. *Configurational Forces: Thermomechanics, Physics, Mathematics, and Numerics*. CRC Press. – 2011. – 550p.
55. Mueller R., Kolling S., Gross D. On configuration forces in the context of the finite element method *J. Numer. Meth. in Engin.* – 2002. – v.53,N7. – P.1557–1574.
56. Muller R. Maugin G.A. On material forces and finite element discretization. *Comput. Mech.* – 2002. – v.29. – P.52–60.
57. Papadimitriou H.M., Swartz S.M., Kunz T.H. Ontogenetic and anatomic variation in mineralization of the wing skeleton of the Mexican free-tailed bat, *Tadarida brasiliensis*. *J. Zool. Lond.* – 1996. – v.240. – P.411–426.
58. Peterson J., Dechow P.C. Material properties of the human cranial vault and zygoma. *Anat. Rec.* – 2003. – v.274A. – P.785–797.
59. Plavcan J.M., Kay R.F., van Schaik C.P. (eds). *Reconstructing behavior in the primate fossil record*. New York: Kluwer Academic/Plenum Press. – 2001.
60. Preuschoft H., Witzel U. Biomechanical investigations on the skulls of reptiles and mammals. *Senckenbergiana Lethaea*. – 2002. – v.82. – P.207–222.
61. Rafferty K.L., Herring S. Craniofacial sutures: morphology, growth and in vivo masticatory strains. *J. Morphol.* – 1999. – v.242. – P.167–179.
62. Rafferty K.L., Herring S., Marshall C.D. Biomechanics of the rostrum and the role of facial sutures. *J. Morphol.* – 2003. – v.257. – P.33–44.
63. Ranu H.S. The role of finite element modelling in biomechanics *In: Material properties and stress analysis in biomechanics*. A.L.Yettram (ed.). Manchester Univ.Press. – 1989. – 281p.
64. Ravosa M.J., Noble V.E., Johnson K.R., Kowalski E.M., Hylander W.L. Masticatory stress, orbital orientation, and the evolution of primate postorbital bar. *J. Hum. Evol.* – 2000. – v.38. – P.667–693.
65. Rayfield E.J., Norman D.B., Horner C.C., Horner J.R., Smith P.M., Thomason J.J., Upchurch P. Cranial design and function in a large theropod dinosaur. *Nature*. – 2001. – v.409. – P.1033–1037.
66. Rayfield E.J. Cranial mechanics and feeding in *Tyrannosaurus rex*. *Proc. Royal Soc. Lond. Ser.B.* – 2004. – v.271. – P.1451–1459.
67. Rayfield E.J. Using finite element analysis to investigate suture morphology – a case study using large, carnivorous dinosaurs. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283A. – P.349–365.
68. Reilly D.T., Burstein A.H. The elastic and ultimate properties of compact bone tissue. *J. Biomech.* – 1975. – v.8. – P.393–405.
69. Reiter T.J., Bohm H.J., Krach W., Pleschberger M., Rammerstorfer F.G. Some applications of the finite-element method in biomechanical stress analyses. *Intern. J. Computer Appl. in Technol.* – 1994. – v.7,N3–6. – P.233–241.
70. Richmond B.G., Wright B.W., Grosse I., Dechow P.C., Ross C.F., Spencer M.A., Strait D.S. Finite element analysis in functional morphology. *Anat.Rec.* – 2005. – v.283 (Part A). – P.259–274.
71. Ross C.F. 2001. In vivo function of the craniofacial haft: the interorbital “pillar.” *Am. J. Phys. Anthropol.* – 2001. – v.116. – P.108–139.
72. Ross C.F., Metzger K.A. 2004. Bone strain gradients and optimization in tetrapod skulls. *Ann. Anat.* – 2004. – v.186. – P.387–396.
73. Ross C.F., Patel B.A., Slice D.E., Strait D.S., Dechow P.C., Richmond B.G., Spencer M.A. Modeling masticatory muscle force in finite element analysis: sensitivity analysis using principal coordinates analysis. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283 (Part A). – P.288–299.
74. Ross C.F. Finite element analysis in vertebrate biomechanics. *Anat.Rec.* – 2005. – v.283 (Part A). – P.253–258.
75. Ruimerman R., Hilbers P., van Rietbergen B., Huiskes R. A theoretical framework for strain-related trabecular bone maintenance and adaptation. *J. Biomech.* – 2005. – v.38,N4. – P.931–941.
76. Rybicki E.F., Mills E.J., Turner A.S., Simonen F.A. In vivo and analytical studies of forces and moments in equine long bones. *J. Biomech.* – 1977. – v.10. – P.701–705.
77. Schwartz-Dabney C.L., Dechow P.C. Variations in cortical material properties throughout the human

- dentate mandible. *Am. J. Phys. Anthropol.* – 2003. – v.120. – P.252–277.
78. Silva M.J., Brodt M.D., Hucker W.J. Finite element analysis of the mouse tibia-estimating endocortical strain during three-point bending in SAMP6 osteoporotic mice. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283A. – P.380–390.
79. Snively E., Russel A. 2002. The tyrannosaurid metatarsus: bone strain and inferred ligament function. *Senckenbergiana Lethaea.* – 2002. – v.82. – P.35–42.
80. Srinivasan S., Agans A.C., King K.A., Moy N.Y., Poliachik S.L., Gross T.S. Enabling bone formation in the aged skeleton via rest-inserted mechanical loading. *Bone.* – 2003. – v.33. – P.946–955.
81. Stolk J., Verdonschot N., Cristofolini L., Toni A., Huiskes R. Finite element and experimental models of cemented hip joint reconstructions can produce similar bone and cement strains in pre-clinical tests. *J. Biomech.* – 2002. – v.35, N4. – P.499–510.
82. Stolk J., Maher S.A., Verdonschot N., Prendergast P.J., Huiskes R. Can finite element models detect clinically inferior cemented hip implants? *Clin. Orthop. Relat. Res.* – 2003. – v.409, N4. – P.138–150.
83. Stolk J., Janssen D., Huiskes R., Verdonschot N. Finite element-based preclinical testing of cemented total hip implants. *Clin. Orthopaed. and Related Res.* – 2007. – N456. – P.138–147.
84. Stolk J., Janssen D., Huiskes R., Verdonschot N. Finite Element-based Preclinical Testing of Cemented Total Hip Implants. *Clin. Orthop. Relat. Res.* – 2007. – v.456, N3. – P.138–147.
85. Strait D.S., Wang O., Dechow P.C., Ross C.F., Richmond B.G., Spencer M.A., Patel B.A. Modeling elastic properties in finite-element analysis: how much precision is needed to produce an accurate model? *Anat. Rec.* – 2005. – v.283A. – P.275–287.
86. Strang G., Fix G. J. *An analysis of the finite element method.* Prentice-Hall, Englewood Cliffs, 1973. – 306 p.
87. Taddei F., Pancanti A., Viceconti M. An improved method for the automatic mapping of computed tomography numbers onto finite element models. *Med. Eng. & Physics.* – 2004. – v.26. – P.61–69.
88. Tanck E., Hannink G., Ruimerman R., Buma P., Burger E.H., Huiskes R. Cortical bone development under the growth plate is regulated by mechanical load transfer. *J. Anat.* – 2006. – v.208, N1. – P.73–79.
89. Tanne K, Hiraga J, Kakiuchi K, Yamagata Y, Sakuda M. Biomechanical effect of anteriorly directed extraoral forces on the craniofacial complex: a study using the finite element method. *Am. J. Orthod. Dentofacial. Orthop.* – 1989. – v.95, N3. – P.200–207.
90. Taylor M., Verdonschot N., Huiskes R., Zioupos P. A combined finite element method and continuum damage mechanics approach to simulate the in vitro fatigue behavior of human cortical bone. *J. Mater. Sci. Mater. Med.* – 1999. – v.10, N12. – P.841–846.
91. Taylor M., Cotton J., Zioupos P. Finite element simulation of the fatigue behaviour of cancellous bone. *Meccanica.* – 2002. – v.37. – P.419–429.
92. Tensi H.M., Orloff S., Gese H., Hooputra H. Considerations for optimizing joint implants. *Biomed. Tech. (Berl).* – 1994. – v.39, N9. – P.227–233.
93. Thomason J.J., Grovum L.E., Deswysen A.G., Bignell W.W. In vivo surface strain and stereology of the frontal and maxillary bones of sheep: implications for the structural design of the mammalian skull. *Anat. Rec.* – 2001. – v.264. – P.325–338.
94. Thomason J.J., McClinchey H.L., Faramarzi B., Jofriet J. Mechanical behavior and quantitative morphology of the equine laminar junction. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283A. – P.366–379.
95. Thomson K.S. *Graphical analysis of dermal skull roof patterns. Functional morphology in vertebrate paleontology.* Thomason J.J. (ed). Cambridge: Cambridge University Press. – 1995. – P.193–204.
96. Turner M., Clough R., Martin H., Topp L. Stiffness and deflection analysis of complex structures. *J. Aeronaut. Sci.* – 1956. – v.23, N9. – P.805–823.
97. Verrue V, Dermaut L, Verheghe B. Three-dimensional finite element modelling of a dog skull for the simulation of initial orthopaedic displacements. *Eur. J. Orthod.* – 2001. – v.23, N5. – P.517–527.
98. Weiss J.A., Gardiner J.C., Ellis B.J., Lujan T J., Phatak N.S. Three-dimensional finite element modeling of ligaments: Technical aspects. *Med. Eng. & Phys.* – 2005. – v.27. – P.845–861.
99. Witzel U., Preuschoft H. Finite element model construction for the virtual synthesis of the skulls in vertebrates: case study of *Diplodocus*. *Anat. Rec.* – 2005. – v.283 (Part A). – P.391–401.
100. Yamada H., Evans F.G. *Strength of biological materials.* Baltimore: Williams and Wilkens. – 1970.
101. Yoder K.B., Ahuja S., Dihn K.T., et al. Nanoindentation of Viscoelastic Materials: Mechanical Properties of Polymer Coatings on Aluminum Substrates. In: *Fundamentals of Nanindentation and Nanotribology. Symposium. Mater. Res. Soc.* Warrendale, PA, USA 1998. – P.205–210.
102. Zelditch M.E, Swiderski D.L, Sheets D.H, Fink W.L. *Geometric morphometrics for biologists: a primer.* Amsterdam: Elsevier Academic Press. – 2004.
103. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. *The finite element method*, Vol.1. New York: McGraw-Hill. – 1989. – 648 p.